

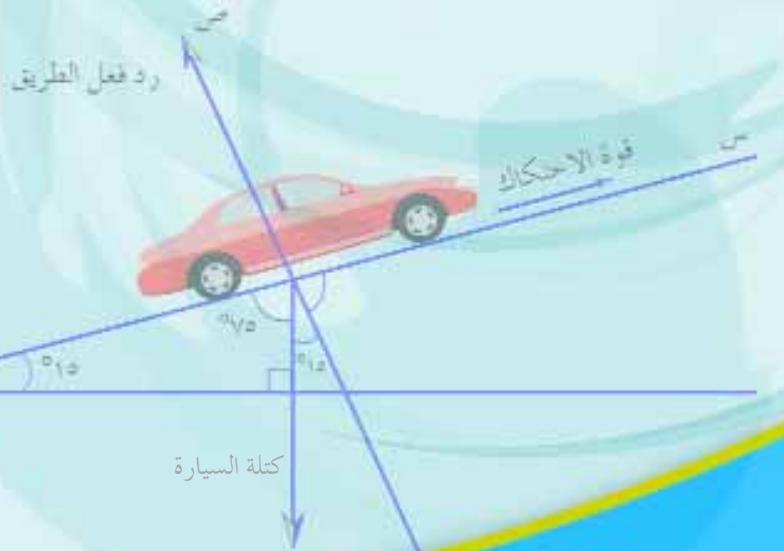


سُلْطَانَةُ عُمَانُ
وِزَارَةُ التَّرْبِيَةِ وَالْعُلُومِ

الرياضيات

للصف العاشر

الفصل الدراسي الثاني



الطبعة التجريبية
١٤٣٦ هـ - ٢٠١٥ م



سُلْطَانَةُ عُمَانٍ
وَزَارُونَهُ الرَّئِسَيَّةُ وَالْعَزْلَيَّةُ

الرياضيات

للصف العاشر

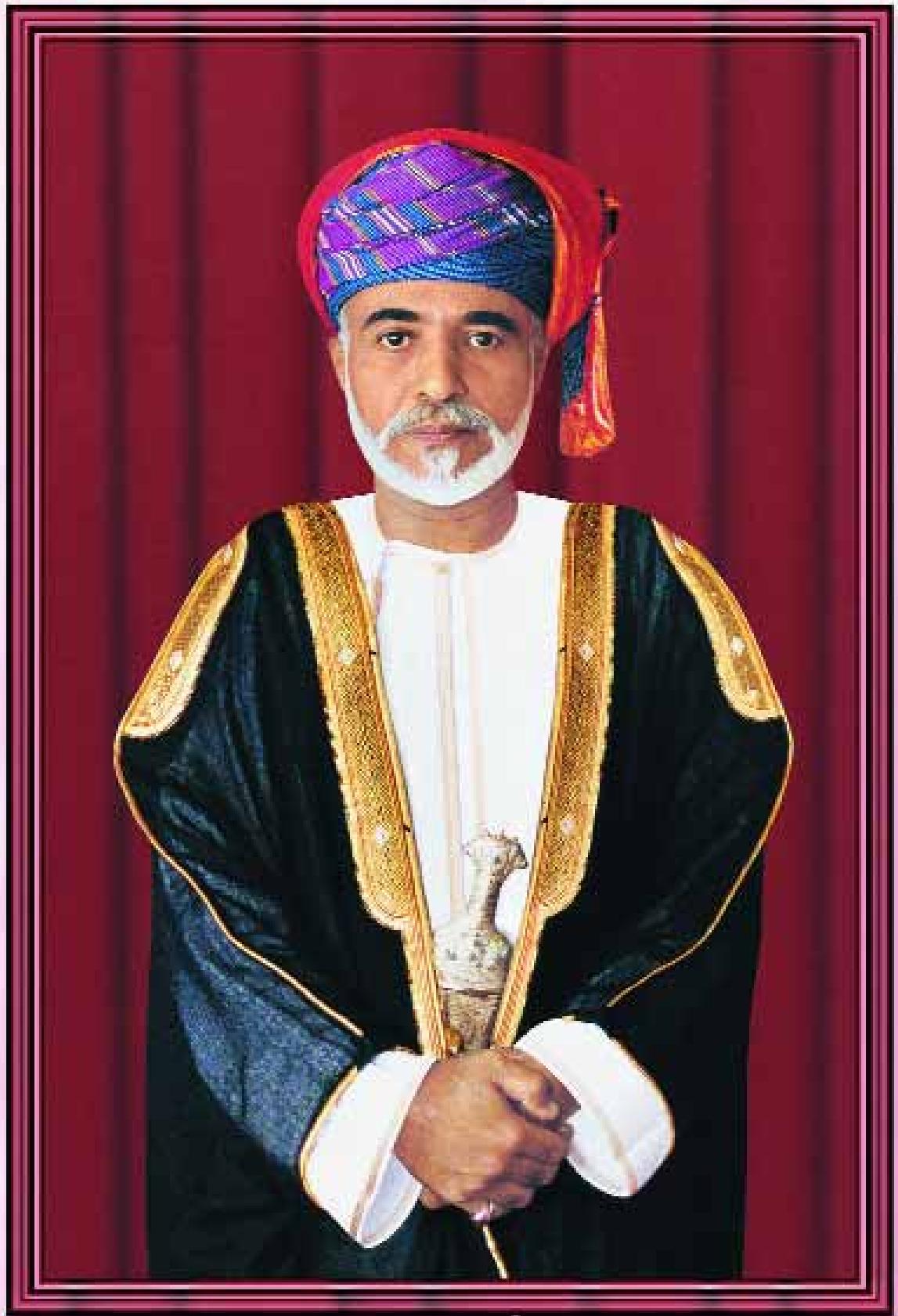
الفصل الدراسي الثاني

الطبعة التجريبية ١٤٣٦ هـ - ٢٠١٥ م

قررت وزارة التربية والتعليم تدريس هذا الكتاب
في جميع مدارس السلطنة اعتباراً من العام الدراسي
٢٠٠٦/٢٠٠٥ - ١٤٢٦/١٤٢٧ م

جميع حقوق الطبع والنشر والتوزيع محفوظة
لوزارة التربية والتعليم

ألف هذا الكتاب من قبل فريق مشكل بالقرار
الوزاري رقم ١٨٠/٢٠٠٤ م



حضرت صاحب الجلالة سلطان قابوس بن سعيد لمعظم

قائمة المحتويات

الصفحة

الموضوع

الحدوديات والدواال الجبرية

١٠	قسمة كثيرات الحدود
١١	نظرية الباقي
١٣	نظرية العوامل
١٥	تمارين ومسائل (١)
١٦	المقادير الخبرية النسبية
١٦	جمع وطرح مقادير نسبية مقاماتها كثيرات حدود
١٨	تمارين ومسائل (٢)
١٩	الدواال التربيعية
١٩	الدواال
٢١	الدالله التربيعية
٢٤	تمارين ومسائل (٣)
٢٥	مجال الدالله التربيعية ومداها
٢٥	تحليل رسومات بيانية لدواال تربيعية
٢٧	العمليات على الدواال
٢٨	الدالله واحد لواحد
٢٩	الدالله الشامله
٣١	تركيب الدواال
٣٣	تمارين ومسائل (٤)
٣٤	التغير المباشر والتنااسب
٣٥	التغير المباشر
٣٧	التغير العكسي
٣٨	تمارين ومسائل (٥)
٣٩	تمارين ومسائل عامه

الوحدة الخامسة

الدواال المثلثية

٤٢	الزاوية في الوضع القياسي
٤٦	تمارين ومسائل (١)
٤٧	النسب المثلثيه
٤٥	النسب المثلثيه المشتقه أو مقلوب النسب المثلثيه
٤٩	استخدام الآلة الحاسبه في إيجاد قيم النسب المثلثيه
٥١	تمارين ومسائل (٢)
٥٢	دائرة الوحده
٥٤	علاقة الأربع بإشارة النسب المثلثيه
٥٧	تمارين ومسائل (٣)
٥٨	النسب المثلثيه للزوايا الخاصة
٦٠	العلاقه بين النسب المثلثيه للزوايدين المتناسبيين
٦١	تمارين ومسائل (٤)

الوحدة السادسة



المقدمة السادسة

٦٢	زوايا الإرتفاع والإنخفاض
٦٥	قارين ومسائل (٥)
٦٦	المتطابقات والمعادلات المثلثية
٦٨	قارين ومسائل (٦)
٦٩	قارين ومسائل عامة

المقدمة السابعة

٧٢	المتجهات
٧٣	تمثيل المتجهات
٧٦	ايجاد مقدار المتجه إذا علمت احداثيات نهاييه
٧٧	قارين ومسائل (١)
٧٨	تساوي المتجهات
٧٩	العلاقة بين المتجه \vec{M} والمتجه \vec{N}
٨٠	جمع المتجهات وطرحها
٨٠	أ) هندسيا
٨٣	ب) جبريا
٨٥	متجه الموضع
٨٦	ضرب المتجه بعده (بكميه غير متجه)
٨٧	متجه الوحده
٨٩	التحويل من احداثيات ديكارتية إلى احداثيات قطبيه والعكس
٩٠	قارين ومسائل (٢)
٩٢	ايجاد محصله عده قوى توثر في نقطه
٩٢	أ) تحليل المتجهات
٩٥	ب) طريقة مضلع القوى
٩٦	المتجه الطليق
٩٧	أنشطة وتطبيقات
٩٩	قارين ومسائل (٣)
١٠٠	قارين ومسائل عامة

المقدمة الثامنة

١٠٤	الموازنه
١٠٧	الدخل
١٠٨	الإستهلاك
١١٠	الناتج المحلي الاجمالي
١١٢	قارين ومسائل (١)
١١٤	التقسيم الهيكلی للموازنه العامه للدوله
١١٥	الضريبة
١١٦	معدلات الضريبة
١١٩	الآثار المرتبه على عدم سداد الضريبة خلال موعد الاستحقاق
١٢٠	النفقات
١٢٠	الفقات الجارية
١٢١	النفقات الاستثمارية (الرأسمالية)
١٢٤	قارين ومسائل (٢)
١٢٦	قارين ومسائل عامة

المقدمة

الحمد لله رب العالمين والصلوة والسلام على خاتم الأنبياء والمرسلين وخير خلق الله أجمعين سيدنا محمد وعلى آله وصبه والتابعين لهم بإحسان إلى يوم الدين.. وبعد ...

عزيزي الطالب / عزيزتي الطالبة :

يسر وزارة التربية والتعليم أن تضع بين يديك هذا الكتاب وهو الجزء الثاني من سلسلة تتكون من جزئين يغطيان موضوعات مادة الرياضيات المقررة لطالب الصف العاشر . يدرس هذا الجزء في الفصل الدراسي الثاني.

هذا وقد بُني منهج الرياضيات للصف العاشر على فلسفة وأسس واضحة منها :

- التشجيع على التحليل والاستقصاء.
 - التركيز على جوانب التعلم الذاتي والتعلم التعاوني.
 - تنمية التفكير العلمي والبحث وتشجيع الابتكار.
 - التركيز على المهارات العلمية.
 - ارتباط محتوى الكتاب بصورة وثيقة بحياة الطالب اليومية.
- وقد اشتمل كتاب هذا الصف على ثمان وحدات مفصلة كالتالي :

وحدات الفصل الدراسي الأول هي:

الوحدة الأولى : التكنولوجيا.

الوحدة الثانية : الهندسة التحليلية والمجسمات.

الوحدة الثالثة : الإحصاء.

الوحدة الرابعة : الأعداد الحقيقية والمصفوفات.

أما وحدات الفصل الدراسي الثاني فهي:

الوحدة الخامسة : الحدوبيات.

الوحدة السادسة : الدوال المثلثية.

الوحدة السابعة : المتوجهات.

الوحدة الثامنة : التخطيط المالي

إن دائرة تطوير مناهج الرياضيات والعلوم الاقتصادية والإدارية وهي تقدم هذا الكتاب لتأمل منك أن تتعاون مع زملائك ومعلميك وأفراد أسرتك في الاستفادة القصوى من هذا الكتاب وأن تحاول ترجمة المقترنات الواردة فيه إلى حقائق من خلال ربطه بأنشطتك اليومية وأن تبتعد عن الحفظ الذي لا يستند على فهم. اكتشف الرياضيات في بيتك ومدرستك وشوارع مدینتك أو قريتك وفي المحلات التجارية والبنوك واعتبرها مادة حياتية ومهارة يومية تستعين بها في حل المشكلات الحياتية التي تواجهك من خلال تعاملك اليومي مفكراً وناقداً ومحلاً.

والله من وراء القصد وهو يهدي السبيل.

المؤلفون

الوحدة الخامسة



الحدوديات والدوال الجبرية



- ١ - تحليل المحدودية وإيجاد قيمتها عند قيم محددة للمتغير من خلال استخدام:
 - نظرية الباقي.
 - نظرية العوامل.
- ٢ - جمع وطرح مقادير نسبية، مقاماتها كثيرات حدود.
- ٣ - تعريف الدالة التربيعية
- ٤ - تمثيل الدوال التربيعية بيانياً من النوع:
$$ص = س^2$$
$$ص = ٣س^2 + ج$$
$$ص = س^2 + بس + ج$$
$$ص = ٣(س - ب)^2 + ج.$$
- ٥ - تحديد فيما إذا كان رأس المحنى للدالة التربيعية يشكل قيمة عظمى أو صغرى.
- ٦ - تحديد المجال والمدى لمحنئ دالة تربيعية.
- ٧ - اختبار فيما إذا كانت الدالة واحد لواحد أو غير ذلك.
- ٨ - تعريف التغير المباشر ووصفة وتوسيعه من خلال أمثلة واقعية.
- ٩ - تعريف ثابت التنااسب واستخدامه.
- ١٠ - تعريف التنااسب العكسي ووصفه وتوضيحه من خلال أمثلة واقعية
- ١١ - حل مسائل تتضمن التنااسب العكسي والتنااسب الطردي.

قسمة كثيرات الحدود

درست سابقاً جمع وطرح وضرب كثيرات الحدود وفي هذا الصف سوف تدرس قسمة كثيرات الحدود:

مثال ١

قطعة أرض مستطيلة الشكل مساحتها $(3s^4 + 7s^3 + 6s^2 + 2s)$ متر مربع وعرضها $(s^2 + s)$ متر . أوجد طولها.



$$\text{طول قطعة الأرض} = \frac{\text{المساحة}}{\text{العرض}} = \frac{s^3 + 7s^4 + 6s^2 + 2s^3}{s^2 + s}$$

وläجراء عملية القسمة اتبع الخطوات وفسر الإجراء الذي تم.

$$\begin{array}{r}
 \text{ناتج القسمة} \longrightarrow \quad -s^3 - 7s^2 \\
 \text{المقسوم} \longrightarrow \quad \underline{-s^3 + 7s^2 + 6s^3 + 2s^4} \\
 \hline
 -s^3 - 7s^2 \\
 \hline
 -s^3 - 7s^2 \\
 \hline
 0 \quad \text{باقي}
 \end{array}$$

∴ طول قطعة الأرض = $(s^3 - s + 7)$ متر
وللحقيق اضرب المقسوم عليه في ناتج القسمة.

تدريب ١

إذا علمت أن $D(s) = 3s^3 - 2s^4 - 6$ فأوجد $Q(s)$
التي تتحقق : $D(s) = H(s) \cdot Q(s)$

مثال ٢

$$\text{إقسم } D(s) = 2s^2 - s^3 + 3s^4 + 5 \text{ على } Q(s) = s^2 + 1$$



رتب حدود $D(s)$ تنازلياً حسب قوى s .

$$\begin{array}{r}
 & & & ٣س - س - ٣ \\
 & & ٣س^4 - س^3 + صفر س^2 + ٢س + ٥ \\
 ١ + ٢س & \boxed{ } & ٣س^4 + صفر س^3 + ٣س^2 \\
 \\
 \hline
 & ٣س^3 - س^2 + ٢س + ٥ & - \\
 & - س^3 + صفر س^2 - س & - \\
 \\
 \hline
 & ٣س^3 + ٢س + ٥ & - \\
 & - س^3 + صفر س^2 - س & - \\
 \\
 \hline
 & ٨س + ٣ &
 \end{array}$$

الباقي →

تدریب ۲

مساحة منطقة مثلثة متطابقة الأضلاع : $ح(s) = 7s^0 - s^3 + 14s^2 - 2$ إرتفاعها : هـ $(s) = s^3 + 2$. أوجد محيط هذه المنطقة.

نشاط ١ نظرية الباقي

انقل الجدول التالي في دفترك وأكمله :

$\boxed{3}$ قيمة الدالة عند $s =$	باقي قسمة $D(s)$ على $h(s)$	خارج قسمة $D(s)$ على $h(s)$	$h(s)$	$d(s)$
$= (2)$ d			$s - 2$	$s^3 - 2s^3 + s$
$= (5)$ d			$s - 5$	$s^2 - 8s + 20$
$= (3-)$ d			$s + 3$	$s^4 + 5s^3 - 13s^2 + 1s$
$= (8-)$ d			$s + 8$	$s^6 - 6s^4 + 4s^2$

- ما علاقة س - ٢ بالعدد ٢ في العمود الخامس .

- ما علاقة س + ٣ بالعدد - ٣ في العمود الخامس .

- قارن نتائج العمودين الرابع والخامس واستخلص طريقة لإيجاد باقي قسمة دالة حدودية على دالة حدودية من الدرجة الأولى دون إجراء عملية القسمة.

- حاول إيجاد تفسير لذلك من خلال كتابة د (س) بالاعتماد على هـ (س) والنتيجة والباقي .

- استخدم النتيجة التي توصلت إليها في إيجاد باقي قسمة

$$d(s) = s^2 - 3s^4 + 7s - 11 \text{ على } h(s) = s - 1 \text{ دون إجراء عملية القسمة.}$$

نظريّة باقي

باقي قسمة الحدودية $D(s)$ على s هي $(s - 2)$ حيث $\exists 2$ يساوي $D(s)$ ويمكن كتابة الحدودية $D(s)$ كما يلي :

$$D(s) = s \cdot R(s) + D(s) \quad (\text{حيث } s \text{ المقسوم عليه ، } R(s) \text{ ناتج القسمة ، } D(s) \text{ باقي القسمة})$$

و سنقدم النظريّة أعلاه بدون برهان .

مثال ٣

أوجد باقي قسمة $D(s) = 2s^2 - 3s + 12$ على كل من :

- $s + 2$
- $s^2 + 3$



- باقي قسمة $D(s)$ على $(s + 2)$ هو $D(-2) = -64$
- لاحظ أن $2s + 3 = 2(s + \frac{3}{2})$

$$\therefore \text{باقي قسمة } D(s) \text{ على } 2s + 3 \text{ هو } D\left(\frac{3}{2}\right) = -159$$

تدريب ٣

أوجد ناتج كل مما يلي بإجراء عملية القسمة أو بإستخدام نظرية الباقي :

- $29 \div 25$
- $(s^2 - 5s + 6) \div (s - 1)$
- $(s^4 + s^3 + 2s^2 + 5) \div (s^2 + 2)$ ماذا تلاحظ؟

ملاحظة : درجة باقي القسمة أقل من درجة المقسوم عليه بوحدة على الأكثر

مثال ٤

إذا كان باقي القسمة $D(s) = s^3 + 5s^2 + 2$ على $(s - 1)$ هو ٨ و باقي قسمة $D(s)$ على $(s + 2)$ هو ٤ فما باقي قسمة $D(s)$ على $s^2 + s - 2$



حيث أن درجة باقي القسمة أقل من درجة المقسوم عليه بوحدة على الأكثر إذن باقي قسمة $D(s)$ على $s^2 + s - 2$ يمكن كتابته في صورة $Ps + Q$

$$\begin{aligned}
 & \text{أي أن } d(s) = (s^2 + s - 2) \cdot h(s) + g \\
 & d(1) = \text{صفر} + g \\
 & d(2) = \text{صفر} - g \\
 & \text{إذن } g = 8 \leftarrow (1) \\
 & g = 4 \leftarrow (2)
 \end{aligned}$$

بحل المعادلتين جبرياً يكون $g = 4$, $h = 4$ ويكون باقي قسمة $d(s)$ على $s^2 + s - 2$ هو $4s + 4$

نشاط ١ نظرية العامل

انقل الجدول التالي في دفترك :

باقي قسمة $d(s)$ على $h(s)$	$h(s)$	$d(s)$
	$s - 2$	$s^3 + 2s^2 + s - 40$
	$s - 2$	$s^2 - 4s + 4$
	$s + 3$	$9s^2 + 7s - 9$
	$s + 3$	$2s^3 - 4s^2 - s + 2$

- باستخدام نظرية الباقي أوجد باقي قسمة $d(s)$ على $h(s)$
- ماذا تلاحظ؟

- ماذا يمكن أن نسمى $h(s)$ بالنسبة لـ $d(s)$ ؟

تدريب ٤

استخدام النتيجة التي توصلت إليها وبين أن $(s - 4)$ عامل للحدودية :

$$d(s) = s^4 + s^3 - 13s^2 - 25s - 12$$

نظرية :

يكون $(s - 4)$ عامل للحدودية $d(s)$ إذا وفقط إذا كان $d(4) = \text{صفر}$
حيث $\exists h$, يسمى 4 صفرًا للحدودية $d(s)$

مثال ٤

لتكن $d(s) = -3s^2 + bs + 5$ حيث $b \in \mathbb{R}$ أوجد قيمة b التي تجعل $d(s)$ تقبل القسمة على $(s - 1)$



$$\begin{aligned}
 & d(s) \text{ تقبل القسمة على } (s - 1) \text{ إذا كان } d(1) = 0 \\
 & \text{نضع } d(1) = 0 + b + 5 = 0 \Rightarrow b = -5
 \end{aligned}$$

مثال ٥

إذا علمت أن " ٢ " صفر من أصفار الحدودية $d(s) = s^3 - 2s^2 - 9s + 18$ فأوجد باقي الأصفار



٢ صفر من أصفار الحدودية $d(s)$
 $\therefore d(2) = 0$

$\therefore (s - 2)$ عامل من عوامل الحدودية $d(s)$
 ولإيجاد العامل الآخر ، استخدم القسمة.

$$\begin{array}{r}
 & & 9 - 2 \\
 & \boxed{s - 2} & | & s^3 - 3s^2 - 2s^9 - 18 + 18 \\
 & & & \hline
 & & s^3 - 2s^2 \\
 & & & \hline
 & & 18 + s^9 - 0 + 0 \\
 & & & \hline
 & & 18 + s^9 - \\
 & & & \hline
 & & 0 & 0
 \end{array}$$

العامل الآخر $= s^2 - 9$

$$\therefore d(s) = (s - 2)(s^2 - 9)$$

$$= (s - 2)(s - 3)(s + 3)$$

، - ٣ صفران آخرين للحدودية $d(s)$. تأكد من إجابتك .

تدريب ٦

إذا كان $1, -2$ صفران للحدودية :
 $d(s) = s^4 - 7s^3 + 3s^2 + 5s - 30$. فعين باقي الأصفار.

(١) أوجد ناتج قسمة $d(s)$ على $h(s)$ في كل من الحالات الآتية :

$$\begin{array}{ll} \text{أ)} d(s) = s^2 + 2s - 1 & h(s) = s - 1 \\ \text{ب)} d(s) = 15s^4 - 11s^2 - 1 & \\ \text{ج)} d(s) = 3s^4 + 5s^3 + 7s^2 + 5s & \\ \text{د)} d(s) = 5s^4 + 4s^3 - 4s^2 - 4s + 1 & \end{array}$$

(٢) إذا كان $(s - 3)$ عامل لحدودية : $3s^3 - 7s^2 - 11s + 15$ فأوجد العاملين الآخرين.

(٣) مساحة منطقة مستطيلة $H(s) = s^6 - 2s^5 + s^3 - 5s^2 - 2s$ وعرضها $U(s) = s^2 - 2s$. أوجد طولها $L(s)$.

(٤) بطريقتين مختلفتين بين أن $d(s)$ تقبل القسمة على $h(s)$ فيما يأتي :

$$\begin{array}{ll} \text{أ)} d(s) = s^2 - 5s + 6 & h(s) = s - 3 \\ \text{ب)} d(s) = s^3 - 2s^2 - 9s + 18 & \end{array}$$

(٥) أوجد قيمة b التي تجعل باقي قسمة الحدوية $d(s) = b s^2 - (b + 1)s + 3$ على $(s - 2)$ هو ٩

(٦) أوجد قيمة α التي تجعل $(s + 2)$ عامل لحدودية : $d(s) = s^3 + 2\alpha s^2 + 4s + 8$ ، ثم أوجد العاملين الآخرين

(٧) إذا علمت أن (٧) صفر لحدودية :

$$\begin{array}{l} h(s) = s^3 - 6s^2 - 13s + 24 \text{ فأوجد باقي الأصفار.} \\ \text{ب)} \text{إذا علمت أن } 1, -1 \text{ صفران لحدودية } d(s) = s^4 - 3s^3 - 2s^2 + 2 \text{ فأوجد باقي الأصفار} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{ـ) إذا كان باقي قسمة } d(s) = \frac{5}{8}s^2 - \frac{14}{8}s + \frac{13}{8} \text{ على } s - 3 \text{ هو ٢ ، وبباقي قسمة } d(s) \\ \text{ـ) على } s + 5 \text{ هو -٣ فما باقي قسمة } d(s) \text{ على } s^2 + 2s - 15 \end{array}$$

تدريب ١

تأمل المقادير التالية وأذكر أي منها يسمى مقدار جبري نسبي :

$$\frac{5}{7} \text{ ص} , \frac{32}{1+2}$$

$$\frac{-7}{2} \text{ ع} , \frac{\text{ص}^3 + \text{ص}}{\text{ص}^2 - 2\text{ص} + 1}$$

 جمع وطرح مقادير نسبية مقاماتها كثيرات حدود :

سبق وأن درست ضرب وقسمة المقادير النسبية وجمع وطرح المقادير النسبية ذات المقامات أحادية المحد وفي هذا الصف سوف تدرس جمع وطرح مقادير نسبية مقاماتها كثيرات حدود.

مثال ١

أو جد ناتج ماليي :

$$\frac{8}{s-4} + \frac{s}{s+2}$$



عند جمع أو طرح المقادير النسبية يجب توحيد المقامات كما في جمع وطرح الكسور الإعتيادية. المقام المشترك (المضاعف المشترك الأصغر) هنا عبارة عن $(s-2)(s+2)$ حيث ،

	$(s+2)$	$= (s+2)$
$(s-2)$	$(s+2)$	$= (s-2)(s+2)$

$$\therefore \text{م.م.م.} = (s-2)(s+2)$$

$$\frac{8}{(s-2)(s+2)} + \frac{s(s-2)}{(s+2)(s-2)(s-2)} = \frac{8}{s-2} + \frac{s}{s+2}$$

$$\frac{(s+4)(s-4)}{(s-2)(s+2)} = \frac{8-s^2}{(s-2)(s+2)} \\ \frac{s-4}{s-2} =$$

مثال ٢

أوجد مماليي وضعه في أبسط صورة :

$$\frac{4}{\frac{3}{2+s}} - \frac{\frac{4}{s+2}}{\frac{3}{2+s}}$$



يكون المقدار في أبسط صورة عندما لا يكون هنالك عوامل مشتركة بين البسط والمقام غير الواحد الصحيح.

$$\frac{4}{\frac{3}{2+s}} - \frac{3}{2+s} \times \frac{4}{2+s} = \frac{3}{2+s} - \frac{\frac{12}{s+2}}{\frac{3}{2+s}}$$

$$\frac{3}{(s+2)} - \frac{12}{(s+2)(s+2)} =$$

$$\frac{6-3s-12}{(s+2)(s+2)} = \frac{(2+s)(3-12)}{(s+2)(s+2)} =$$

$$\frac{(s-2)(3)}{(s+2)} = \frac{(s-6)}{(s+2)} =$$

تدريب ٢

أوجد ناتج ما يلي في أبسط صورة :

$$\frac{2s}{49-s^2} + \frac{s-7}{s+7} + \frac{7}{s+7}$$

١) جد ناتج مایلی وضعه في أبسط صورة :

$$أ) \frac{1}{2+s} - \frac{12s}{30-6s^2}$$

$$ب) \frac{s^2}{6+2s} + \frac{8}{3s+27}$$

$$ج) \frac{s+c}{s-c} - \frac{s-c}{s+c}$$

$$د) \frac{5}{16-s^2} + \frac{s}{s-4} - \frac{8}{s+4}$$

٢) أرادت بلدية مسقط عمل سور من الألمنيوم المزخرف لحدبة عامة مستطيلة الشكل في إحدى ضواحي مسقط . إذا كانت أبعاد الحديقة

$$\left(\frac{4s^2+s+1}{12-s} \right) \text{ متر} \times \left(\frac{s^5}{s+2} \right) \text{ متر}^2$$

فأوجد كلا من :

أ) محيط الحديقة بدلالة s .

ب) تكلفة عمل السور إذا علم أن $s = 20$ متر وسعر المتر يساوي ٣,٥ ريال عماني.

الدوال (Functions)

هناك كثير من العلاقات في حياتنا العملية تربط بين متغيرين أو أكثر كالعلاقة بين ضغط الدم للإنسان العادي وعمره ، والعلاقة بين السرعة والمسافة والزمن .

فالعلاقة بين ضغط دم الإنسان العادي وعمره يعطى بشكل عام بالعلاقة ض = $\frac{1}{2}n + 110$ حيث ض ضغط الدم ، n العمر بالسنوات .

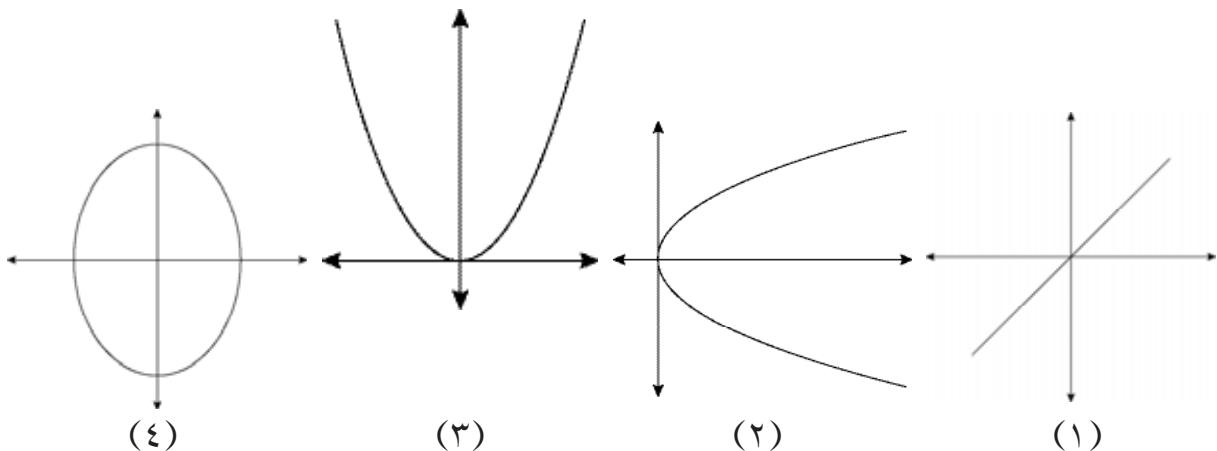
أي يمكن أن يستدل على ضغط الدم الطبيعي للإنسان من خلال عدد سنوات عمره وأن كل قيمة للمتغير n تقابلها قيمة واحدة فقط للمتغير ض ولهذا فإننا سنطلق على مثل هذه العلاقة اسم دالة وبالتالي يمكن أن نضع ض = d(n) .
نناقش زملاءك لايجاد تعريف للدالة .

تدريب ١

- باستخدام الدالة $d(n) = \frac{1}{2}n + 110$ التي تعبر عن العلاقة بين ضغط دم الإنسان العادي وعمره .
- أ) احسب ضغط دمك في الأحوال العادية .
 ب) أوجد : $d(10)$ ، $d(60)$ ، $d(10 + b)$.

نشاط ١ "اختبار الخط الرأسي للكشف عن الدالة"

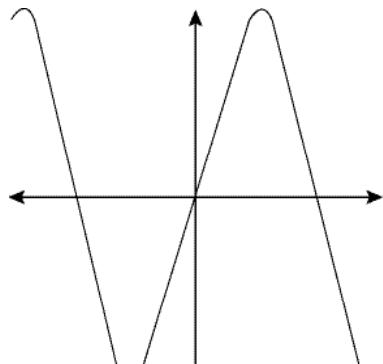
الأدوات : مسطرة ، قلم رصاص .
 الخطوات : تأمل العلاقات المرسومة ثم قم برسم خط رأسي يقطع منحني العلاقات . ثم أجب عن الأسئلة التي تليها .



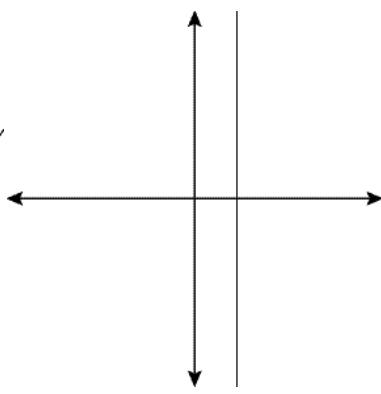
- في أي علاقة يمكن أن ترسم خطًّا رأسياً يقطع منحني العلاقة في أكثر من نقطة ؟
- أي من العلاقات المرسومة تمثل بيان دالة ؟ ولماذا ؟
- ما علاقة الخط الرأسي وكون العلاقة دالة ؟

تدريب ٢

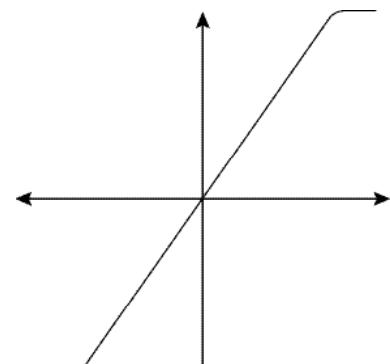
أي من العلاقات التالية تمثل دالة ؟ ولماذا ؟



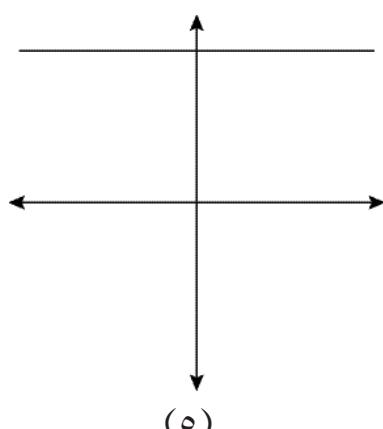
(٣)



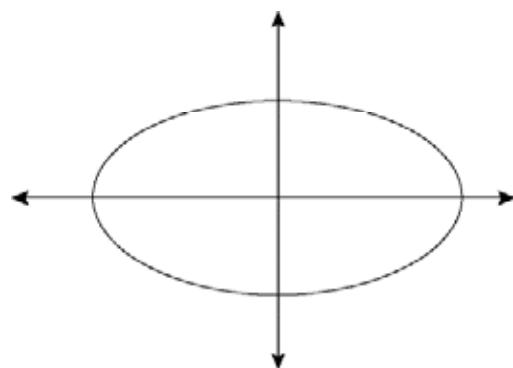
(٢)



(١)



(٥)



(٤)



العلاقة تمثل دالة إذا تعذر رسم خط رأسي يقطع منحني العلاقة في أكثر من نقطة .

لقد تعرفت سابقاً على أنواع مختلفة من الدوال كالدالة الثابتة والدالة الخطية . وفي هذا الصف سوف تدرس الدالة التربيعية في متغير واحد.

والدالة التربيعية من الدوال المهمة التي تواجهنا في كثير من المواقف الحياتية والتطبيقات الفيزيائية، وإليك بعض الأمثلة :

$$1) \text{ طاقة حركة جسم} = \frac{1}{2} k u^2 \text{ حيث } k : \text{كتلة الجسم ، } u : \text{سرعته .}$$

$$2) \text{ الشغل المبذول على زنبرك نتيجة لشده أو انضغاطه مسافة } f \text{ في حدود مرونته هو} \\ \text{ } s = \frac{1}{2} k f^2 \text{ حيث } k \text{ هو ثابت هوك .}$$

$$3) \text{ مساحة المربع } M(s) = s^2 \text{ حيث } s \text{ تمثل طول ضلع المربع .}$$

تدريب ٣

ابحث عن أمثلة تطبيقية أخرى على الدوال التربيعية .



الدالة التربيعية (Quadratic Function) هي دالة من الدرجة الثانية .

صورتها العامة $d(s) = As^2 + Bs + C$ حيث $A, B, C \in \mathbb{R}$ ، $A \neq 0$

أمثلة

$$\text{حيث } A = 2, B = 3, C = 1$$

$$1) d(s) = 2s^2 + 3s + 1$$

$$\text{حيث } A = -5, B = -\frac{1}{2}, C = 0$$

$$2) d(s) = -5s^2 - \frac{1}{2}s$$

$$\text{حيث } A = 4, B = 0, C = 0$$

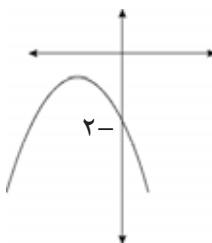
$$3) d(s) = 4s^2$$

رسم الدالة التربيعية

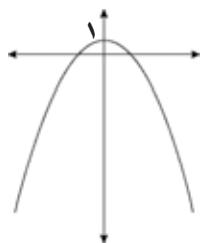
لرسم الدالة التربيعية سنتعرف أولاً على رأس المنحنى وعلاقته بمعاملات الدالة.

تدريب ٤

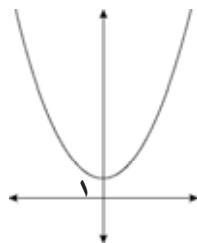
تأمل الرسومات التالية واكمل الجدول في دفترك . ثم دون ملاحظتك .



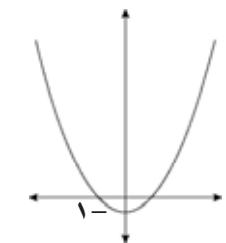
$$d(s) = -s^2 - 2s + 1$$



$$d(s) = -s^2 + 1$$



$$d(s) = s^2 + 1$$



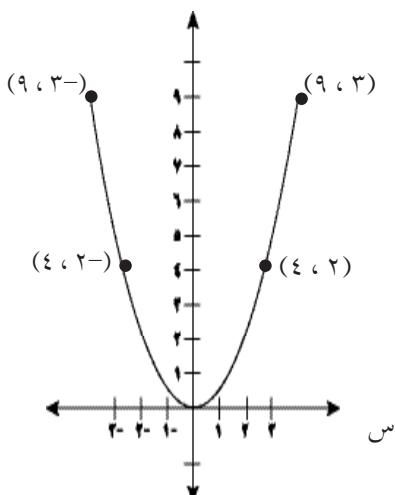
$$d(s) = s^2 - 1$$

مثال ١

اد سم الدالة $d(s) = s^2$

الحل

- عين رأس المنحنى عند $s = \frac{-b}{a}$.
وحيث $a = 1$ ، $b = 0$.
 $\therefore s = \frac{0}{2} = 0$



- كُون جدولًا وضع قيمة $s = \frac{-b}{a}$ في خانة متوسطة من الجدول وضع في الخانات المجاورة قيمًا مجاورة لقيمة s .
- عين قيمة $s = d(s)$ بالتعويض في الدالة .

٣	٢	١	٠	١-	٢-	٣-	s
٩	٤	١	٠	١	٤	٩	s

- مثل النقاط (s, s) على المستوى الإحداثي .
- صل بين النقاط بخط ممهد للحصول على المنحنى .

لاحظ

- ١) المنحنى ذو فرعين ومتمايل بالنسبة لمستقيم رأسي يمر برأس المنحنى .
- ٢) المنحنى مفتوح للأعلى .
- ٣) أقل قيمة للدالة عند $s = 0$.

تدريب ٥

ارسم الدالة $d(s) = -s^2$. وقارن الرسم بالدالة $d(s) = s^2$.

أ) أراد سليمان رسم مجموعة من الدوال التربيعية بهدف الوصول إلى استنتاج يساعد له معرفة المزيد عن الدالة التربيعية وهذه الدوال هي $d(s) = 2s^2$ ، $d(s) = 3s^2$ ، $d(s) = 4s^2$ قم برسم الدوال لمساعدة سليمان في عمله وسجل ملاحظاتك .

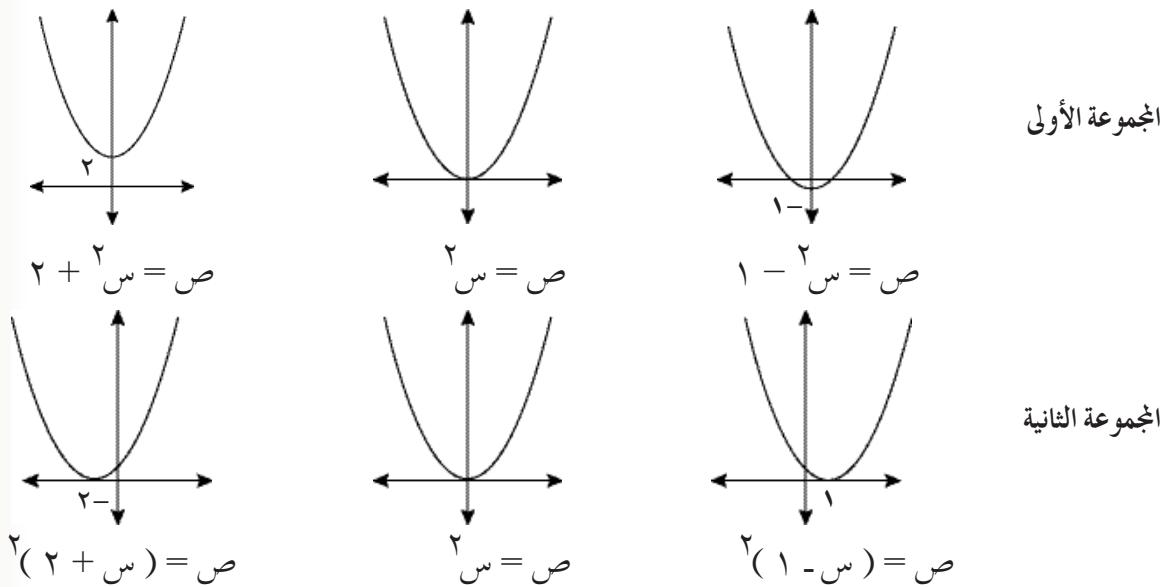
ب) عندما علم عبدالله بمحاولة سليمان فكر في امكانية التوصل لاستنتاج آخر فقام برسم الدوال $d(s) = -2s^2$ ، $d(s) = -3s^2$ ، $d(s) = -4s^2$ ساعد عبدالله في عمله واربط الاستنتاج بما توصل إليه سليمان .

نشاط ١ "الازاحات" (Displacements)

الأدوات : سلك ، مسطرة ، قلم .

الخطوات :

١) تأمل كل مجموعة منمجموعات الدوال المرسومة ولا حظ العلاقة بينها :



- ٢) اثن سلكا ليكون على شكل منحنى الدالة التربيعية .
- ٣) ارسم محوري الاحاديثات في دفترك .
- ٤) قم بوضع السلك على مستوى الاحاديثات وحركه يمينا وشمالاً ولأعلى ولأسفل . وفي كل مرة اكتب الدالة التي حصلت عليها .
- ٥) حرك السلك للحصول على الدوال التالية :

$$d(s) = s^2 + 5 , \quad d(s) = (s - 3)^2 + 2 , \quad d(s) = (s - 4)^2$$

ماذا تستنتج ؟

تدريب ٧

ما علاقة بيان الدالة $D(s) = s^2$ ببيان الدوال التالية :

ج) $D(s) = (s + a)^2$ ب) $D(s) = (s + a)^2$

و) $D(s) = (s - a)^2$ هـ) $D(s) = (s - a)^2$

تدريب ٨

ارسم رسمًا تخطيطيًّا للدوال التالية :

ب) $D(s) = (s - 10)^2$

أ) $D(s) = s^2 - 6$

ćمارين ومسائل ٣

١) اكتب الدالة $s = s^2 + 8s + 4$ على الصورة $s = (s + l)^2 + m$.

٢) يسقط جسم من حالة السكون تحت تأثير عجلة (تسارع) الجاذبية الأرضية وفق الدالة $f = \frac{1}{2}gt^2$ حيث f : المسافة ، t : الزمن ، g : تسارع الجاذبية الأرضية .

اعتبر $g \approx 10 \text{ m/s}^2$.



ارسم بيان دالة المسافة والزمن

٣) يتخذ صاروخ مساراً عند انطلاقه على شكل منحنى الدالة

$$s = 4s - s^2$$

ارسم مسار الصاروخ في المستوى الإحداثي .

٤) إذا كان $D(s) = s^2 + 5s$ فأوجد :

$$D(-1), D(0), D(2), D(2)$$

٥) يقوم ناصر بشد زنبرك لمسافات مختلفة ويحسب الشغل المبذول على الزنبرك نتيجة الشد وفق الدالة

$$s = 6f^2$$
. ساعد ناصر في رسم دالة الشغل والمسافة .

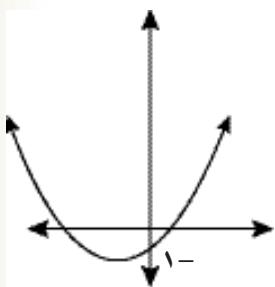
حيث s ترمز للقوة المبذولة ، f مقدار إسطلالته الزنبرك.



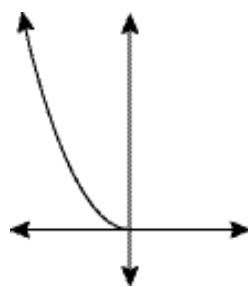
٦) ارسم الدالة $s = 2s + s^2 - 3$

مجال الدالة التربيعية ومداها (Domain and Range For Quadratic Functions)

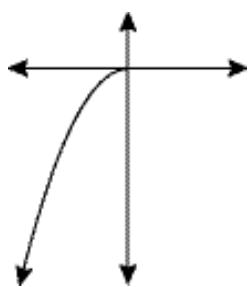
- تأمل بيان الدوال التربيعية التالية ثم حدد المجال والمدى لكل دالة :



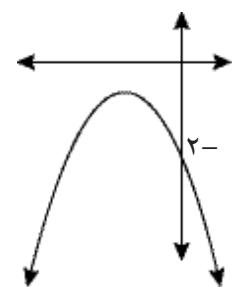
(د)



(ج)



(ب)



(أ)

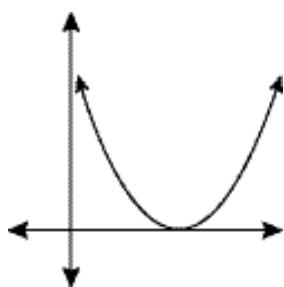
- ما علاقة المجال بالمحور السيني ؟

- ما علاقة المدى بالمحور الصادي ؟

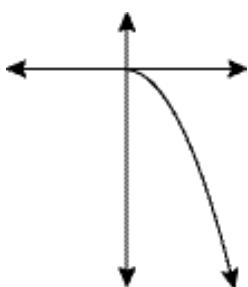
- ناقش إجابة السؤالين مع زملائك .

تدريب ١

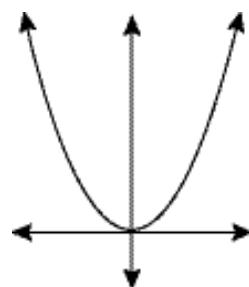
حدد المجال والمدى للدوال الممثلة بالمنحنيات التالية :



(ج)



(ب)



(أ)

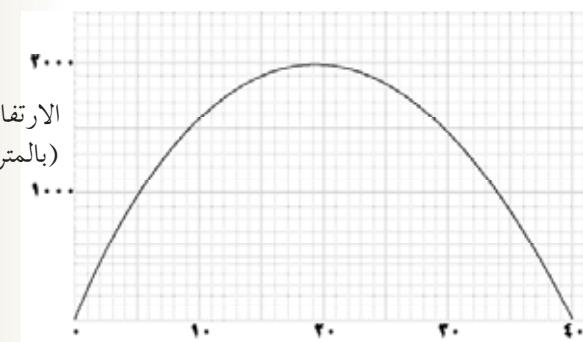
تحليل رسومات بيانية لدوال تربيعية

تم تجربة نوع من القذائف فرسم مسار القذيفة كما في التمثيل البياني .

استخدم الشكل البياني لمسار القذيفة للإجابة على النقاط الآتية .

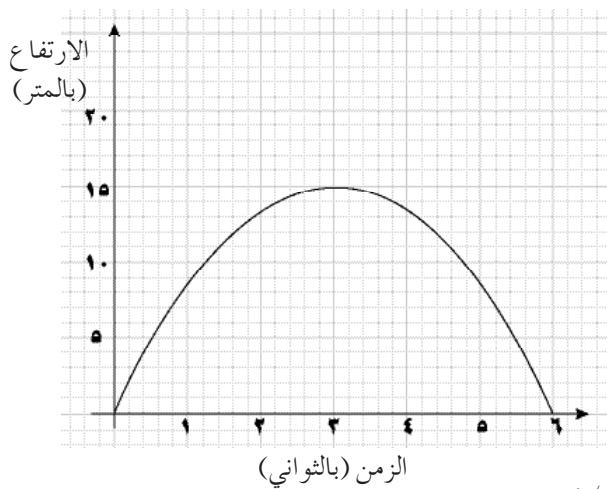
١) أقصى ارتفاع تصل إليه القذيفة .

٢) الزمن الذي تستغرقه القذيفة حتى تصل إلى الأرض مرة أخرى .



- ٣) الزمن الذي تستغرقه القذيفة للوصول لأقصى ارتفاع .
- ٤) الارتفاع الذي تصل إليه القذيفة بعد ١٠ ثواني من الإطلاق .
- ٥) الزمن اللازم لوصول القذيفة لارتفاع ٨٠٠ متراً .

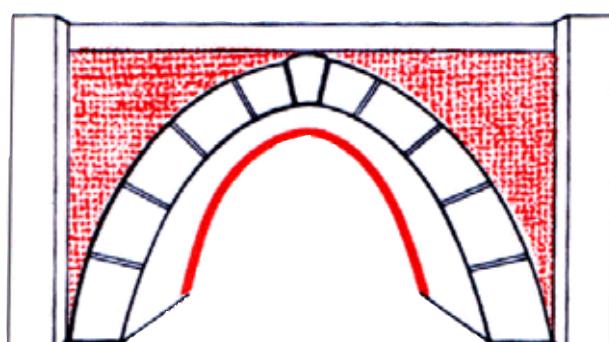
مثال ١



قذف لاعب كرة قدم الكرة فأخذت مساراً كما في الشكل ، أوجد :

- أ) أقصى ارتفاع تصل إليه الكرة .
 - ب) الزمن الذي تستغرقه الكرة حتى تصل إلى الأرض .
 - ج) متى تكون الكرة على ارتفاع ١٠ م
- الحل**
- أ) أقصى ارتفاع هو ١٥ م وذلك بعد ٣ ثواني .
 - ب) تستغرق الكرة ٦ ثواني .
 - ج) بعد ١,٢ ثانية ثم بعد ٤,٨ ثانية .
- (علل وجود إجابتين)

مثال ٢



قام عمر وحمزة بتصميم جسر جديد ووضع دعامة لتقويته مستخدمين منحنى الدالة $ص = ٨س - س^٢$ أوجد ارتفاع قوس الجسر .



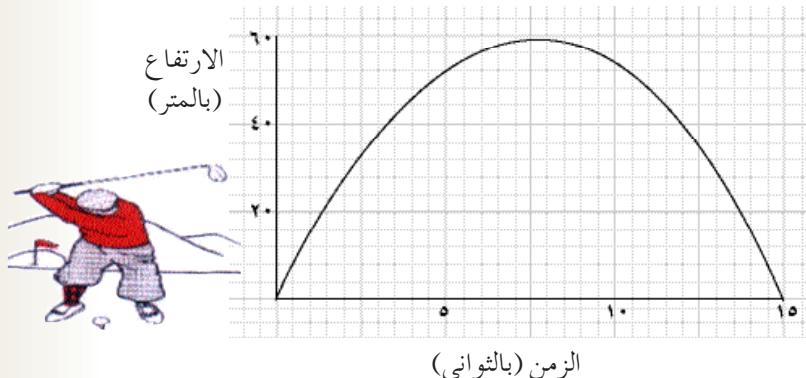
$$\bullet \quad ص = ٨س - س^٢$$

$$\bullet \quad \text{رأس المنحنى عند } س = \frac{٨}{٢} = \frac{٤}{٢} = ٤$$

$$\bullet \quad ص = ٨(٤) - (٤)^٢ = ١٦$$

$$\bullet \quad \text{ارتفاع قوس الجسر} = ١٦ \text{ وحدة طول .}$$

تدريب ٢



ضرب لاعب كرة جولف الكرة
فاتخذت مسارا كما في الشكل.
حلل مسار الكرة.

العمليات على الدوال :

نحتاج في كثير من الأحيان لإجراء عمليات الجمع والطرح والضرب والقسمة على الدوال ، يمكن توظيف ما تم دراسته في المقادير الجبرية لإجراء هذه العمليات .

مثال ٣

إذا كان $d(s) = 4s^2 + 3s$ ، $h(s) = s$ فأوجد ما يلي :

$$\text{أ) } d(s) + h(s)$$

$$\text{ج) } d(s) \cdot h(s) \quad \text{ب) } d(s) - h(s)$$



الحل

$$\text{أ) } d(s) + h(s) = (4s^2 + 3s) + s$$

$$= 4s^2 + 4s$$

$$\text{ب) } d(s) - h(s) = (4s^2 + 3s) - s$$

$$= 4s^2 + 2s$$

$$\text{ج) } d(s) \cdot h(s) = (4s^2 + 3s) \cdot s$$

$$= 4s^3 + 3s^2$$

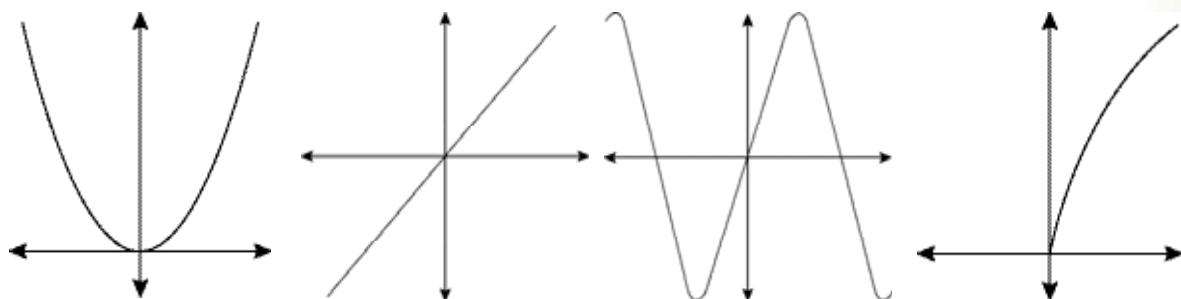
$$\text{د) } \frac{d(s) - h(s)}{s} = \frac{4s^2 + 3s}{s} \quad \text{حيث } s \neq 0$$

إذا كان $q(s) = 2s^2 - 8$ ، $h(s) = s - 2$ فأوجد :

أ) $q(s) + h(s)$ ب) $q(s) - h(s)$ ج) $q(s) \cdot h(s)$ د) $\frac{q(s)}{h(s)}$ ، $h(s) \neq 0$

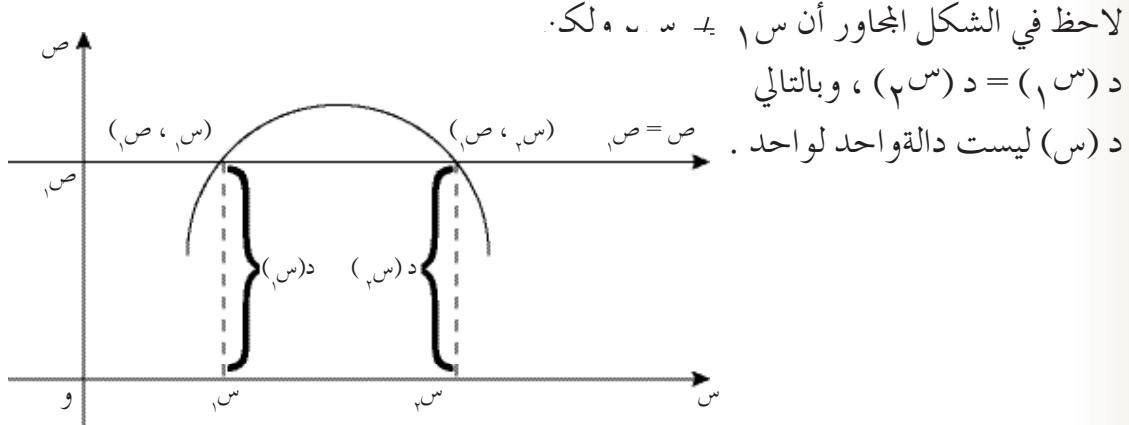
(One to One) الدالة واحد لواحد

هل يوجد اثنان لهما نفس بصمة الإصبع ؟
تأمل بيان الدوال التالية ثم أجب عن الأسئلة التي تليها .

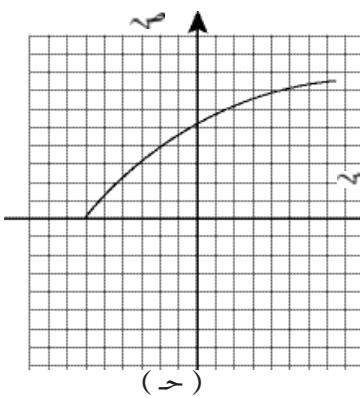
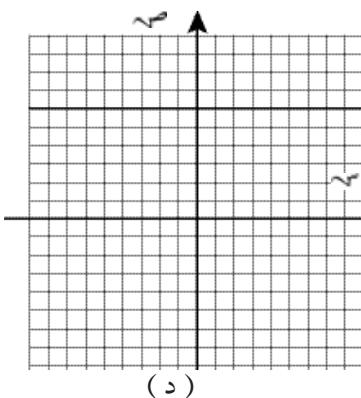
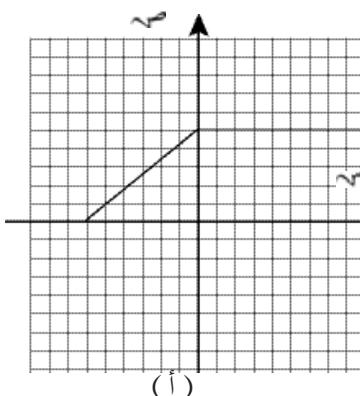
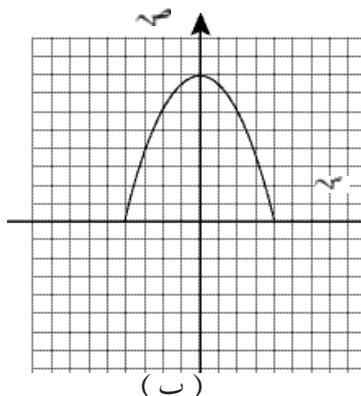


- ١- في أي دالة تستطيع أن ترسم خطًا أفقياً يقطع منحنى الدالة في أكثر من نقطة ؟
- ٢- في أي دالة يمكن أن تجد s_1 ، s_2 بحيث $s_1 \neq s_2$ ، ولكن $d(s_1) = d(s_2)$ ؟ .

تسمى الدالة $d(s)$ دالة واحد لواحد إذا كان كل خطًّا أفقيًّا يقطع بيان الدالة $d(s)$ في نقطة واحدة على الأكثر .



أي المنحنيات الآتية يمثل دالة واحد لواحد؟



الدالة الشاملة : (Onto Function)

تكون الدالة شاملة إذا كان مداها يساوي المجال المقابل ويكتفي للحكم على كون الدالة ليست شاملة الكشف عن عنصر في المجال المقابل لا يمثل صورة لأحد عناصر المجال .

مثال ١

إذا كان d : $\{1, 2, 3\} \rightarrow \{2, 4, 6\}$

$d(s) = 2s$ ، هل d (س) دالة شاملة؟



$$d(1) = 1 \cdot 2 = 2$$

$$d(2) = 2 \cdot 2 = 4$$

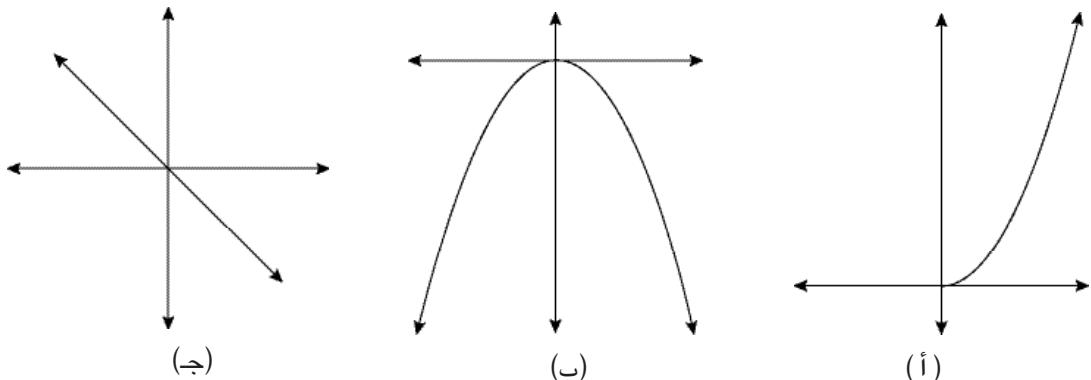
$$d(3) = 3 \cdot 2 = 6$$

▪ مدى الدالة = $\{2, 4, 6\}$ = المجال المقابل

▪ $d(s)$ دالة شاملة .

مثال ٥

إذا كانت $d(s) : \mathcal{H} \leftarrow \mathcal{H}$ فأي من الدوال الممثلة بياناتها فيما يلي شاملة :



أ) المدى $= \mathcal{H}^+ \cup \{0\}$ ≠ المجال المقابل (\mathcal{H})

▪ د (س) ليست شاملة .

ب) المدى $= \mathcal{H}^- \cup \{0\}$ ≠ المجال المقابل (\mathcal{H})

▪ د (س) ليست شاملة .

ج) المدى $= \mathcal{H} =$ المجال المقابل (\mathcal{H})

▪ د (س) شاملة

تدريب ٥

في المثال السابق اعد تعريف المجال المقابل في الحالتين (٢)، (ب) لتكون الدالة شاملة.



إذا كانت الدالة واحد لواحد وشاملة تسمى تناظر واحد لواحد **One to One Correspondence**

تدريب ٦

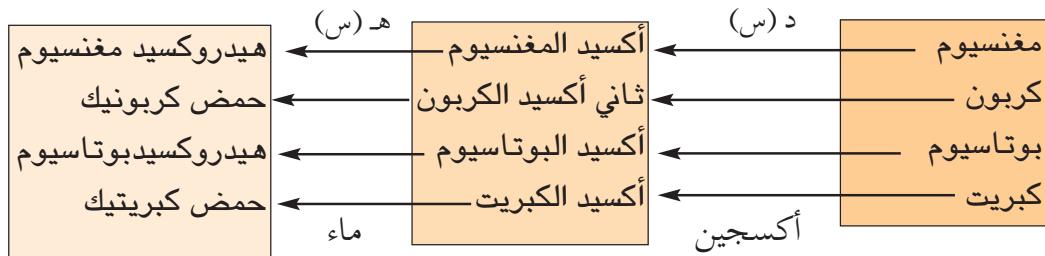
إذا كانت $d(s) : \mathcal{H} \leftarrow \mathcal{H}$ فأي من الدوال التالية تمثل دالة تناظر واحد لواحد ؟

ب) $d(s) = s^3$

أ) $d(s) = \frac{1}{s} + 5$

تركيب الدوال (Composition of a function)

تأمل المخطط السهمي الذي يمثل التفاعلات الكيميائية ، حيث تتفاعل بعض العناصر مع الأكسجين لتكوين مركبات ، ثم تتفاعل هذه المركبات مع الماء .



اعتبر تفاعل العناصر مع الأكسجين هو الدالة $d(s)$ وتفاعل المركبات الناتجة مع الماء هو الدالة $h(s)$.
أجب عن الأسئلة التالية :

- (١) ما مجال كل من $d(s)$ ، $h(s)$.
- (٢) ما مدى كل من $d(s)$ ، $h(s)$.
- (٣) ما علاقة مدى $d(s)$ بمجال $h(s)$.
- (٤)وضح كيف تم ربط $d(s)$ ، $h(s)$.
- (٥) ارسم مخططاً سهلاً يربط مجال $d(s)$ بمدى $h(s)$ مباشرة .

لعلك لاحظت أنه تم تركيب الدالتين $d(s)$ ، $h(s)$ لتكوين دالة واحدة هي $h \circ d(s)$ وتقرأ
 h بعد d ؛ أي أن $h \circ d(s) = h(d(s))$

تكون $h \circ d(s)$ موجودة إذا كان مدى d \subseteq مجال h

مثال ٦

إذا كان d : $\{1, 2, 3, 4\} \leftarrow \mathbb{N}$ ، h : $\{7, 6, 5, 4, 3\} \leftarrow \mathbb{N}$

$$\text{حيث } d(s) = s + 2, \quad h(s) = 2s + 5$$

فعين كلاماً من d \circ h (س) ، $h \circ d(s)$ إن أمكن .



$$\text{مجال } d = \{1, 2, 3, 4\}$$

$$\text{مجال } h = \{3, 4, 5, 6, 7\}$$

$$\text{مدى } d = \{3, 4, 5, 6, 7\}$$

$$\text{مدى } h = \{11, 13, 15, 17, 19\} . \text{ لماذا؟}$$

نلاحظ أن مدى D مجال H موجودة.

ولكن مدى H مجال D غير موجودة.

$$H(D(S)) = H(H(S))$$

$$H(S+2) =$$

$$S + (2 + 2) =$$

$$S + 4 =$$

مثال ٦

إذا كان $Q(S) = S^3 + 4$ ، $L(S) = 7$ فأوجد $Q(L)$ إن أمكن.



مجال $Q(S) = 7$ ، مجال $L(S) = ?$ لماذا؟

$$\text{مدى } L(S) = \{7\}$$

لإيجاد مدى $Q(S)$:

$$S^3 = S + 4$$

$$S^3 - 4 = S$$

$$S = \frac{S^3 - 4}{3}$$

$$\therefore \text{مدى } Q(S) = 7$$

نلاحظ أن : مدى $Q(S) \subseteq$ مجال $L(S)$.

مدى $L(S) \subseteq$ مجال $Q(S)$.

$\therefore L(Q(S))$ ، $Q(L(S))$ موجودتان.

$$Q(L(S)) = Q(L(S))$$

$$= Q(7)$$

$$= 4 + (7)3 =$$

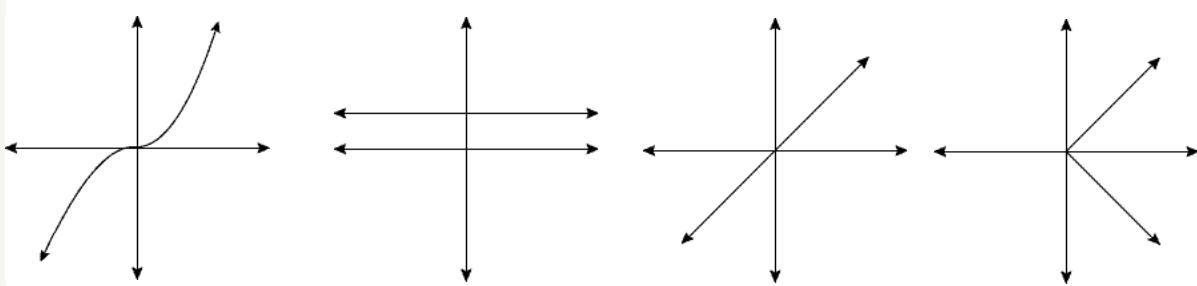
$$= L(Q(S))$$

$$= L(S^3 + 4)$$

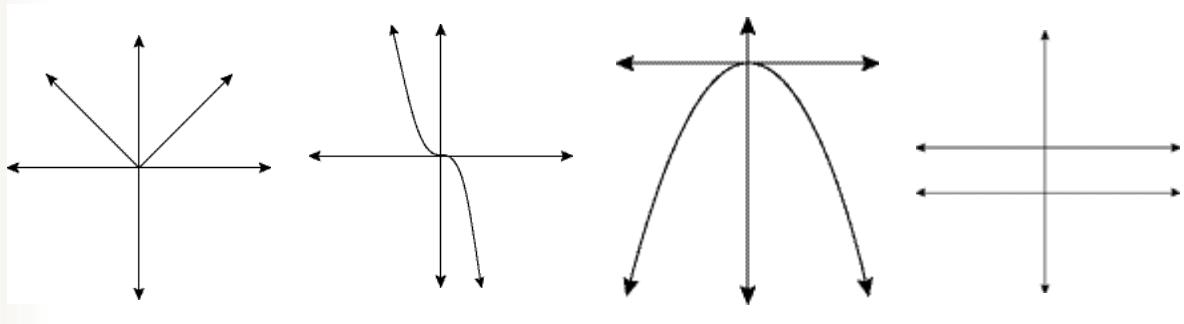
$$= 7$$

١) إذا كانت $d(s) = 5s$ ، $h(s) = -s^3 - 1$ فأوجد :
 $d(4)$ ، $d(-3)$ ، $h(-1)$ ، $h(\frac{1}{3})$ ، $h(2)$

٢) أي العلاقات التالية تمثل دالة :



٣) إذا كانت $d(s) = 1 - 3s^2$ ، $h(s) = \frac{1+s}{3}$
 فأوجد $d(h(s))$ ، إن أمكن مع التوضيح .
 ٤) إذا كانت $l(s) =$ ففي أي حالة من الحالات التالية تكون $l(s)$ دالة واحد لواحد ، شاملة، تناظر .



(د) (ج) (ب) (أ)
 ٥) إذا كان $l(s) = 7s + s^2$ ، $h(s) = 2s$ فأوجد :
 أ) $l(s) + h(s)$ ب) $l(s) - h(s)$

$$د) \frac{l(s)}{h(s)} ، h(s) \neq 0$$

٦) إذا كان $d(h(s)) = 5d(s)$ موجودتين ، فهل $d(h(s)) = h(5d(s))$ ؟

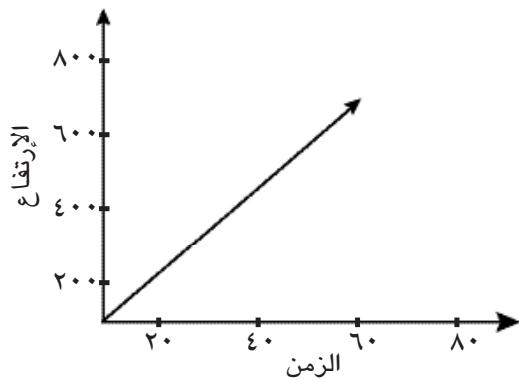
التغير المباشر والتناسب (Direct Variation and Proportion)

$\frac{ص}{س}$ (كيلوباسكال / م)	الضغط (ص) كيلوباسكال	العمق (س) م
٩,٨	٢٩,٤	٣
٩,٨	٥٨,٨	٦
٩,٨	٨٨,٢	٩
٩,٨	١١٧,٦	١٢

المدول المقابل يوضح معدل التغير في ضغط الماء حيث يوضح العلاقة بين ضغط الماء (ص) وعمق الغوص تحت سطح الماء (س) بالنسبة للغواص. كما أن نسبة الضغط إلى العمق تساوي $\frac{ص}{س} = ٩,٨$ أي أن $ص = ٩,٨ \cdot س$.

وبذلك يمكن القول بأن الضغط يتغير تغييرًا مباشراً حسب تغير العمق.

مثال ١



الشكل المقابل يوضح معدل التغير في ارتفاع طائرة حيث يوضح العلاقة بين المسافة التي تتحرّكها الطائرة رأسياً (المحور الصادي) والزمن الذي تستغرقه بالدقائق (المحور السيني).

- أ) أحسب معدل التغير في ارتفاع الطائرة.
- ب) أكتب المعادلة التي توضح معدل التغير في الارتفاع.
- ج) صف التغير.



أ) معدل التغير في الارتفاع = $\frac{٢٠٠ - ٠}{٢٠ - ٠} = ١٠$

أو معدل التغير = $\frac{٢٠٠ - ٤٠٠}{٢٠ - ٤٠} = \frac{٢٠٠}{٢٠} = ١٠$

ب) المعادلة هي : $ص = ١٠ س$

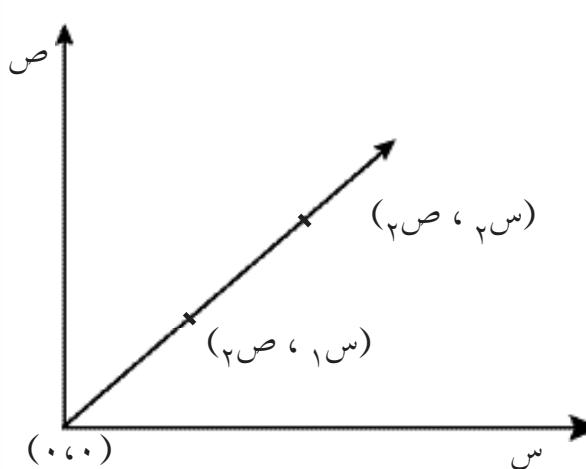
ج) التغير مباشر حيث المعادلة على الصورة $ص = ١٠ س$ ، م هو ثابت التغير

الصورة العامة لمعادلة التغير المباشر $s = mt + s_0$ ، حيث m هو ثابت ، s المتغير المستقل ، s_0 المتغير التابع
 (يتغير مباشرة حسب تغير قيم t)

مثلاً

حيث $ق = طول\ القطر$ ، $\pi = \frac{حيط\ الدائرة}{نقط} = \frac{ح}{ق}$ ، π ثابت التغير.

إذا كان $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$ نقطتان على منحنى الدالة $y = f(x)$ حيث x هو ثابت التغير



$$\frac{ص}{س} = م \quad \text{وأيضاً} \quad \frac{ص}{س} = م$$

$$\frac{ص}{س} = \frac{ص}{س} \therefore$$

يسمى مثل هذا التناوب بالتناوب الطردي وتسماى م ثابت التناوب ويمكن أن يكتب في صورة



التناسب هو تساوي نسبتين أو أكثر

وعند ضرب طرفي $\frac{ص_1}{س_1} \cdot \frac{ص_2}{س_2} = \frac{ص_1 \cdot ص_2}{س_1 \cdot س_2}$ نحصل على $س_1 \cdot س_2 = ص_1 \cdot ص_2$

أي أن في التناصب يكون حاصل ضرب الطرفين يساوي حاصل ضرب الوسيطين.

مثال ٢

إذا كان ص يتناسب طردياً مع س وكان ص = ١٥ عند س = ٤٠ أوجد قيمة س عند ص = ٢٥



حيث أن ص يتناسب طردياً مع س

$$\frac{ص}{س} = \frac{ص}{س}$$

$$\frac{25}{س} = \frac{15}{24}$$

$$25 \times 24 = 15 س$$

$$س = \frac{25 \times 24}{15}$$

تدريب ١

$$\frac{6}{8} = \frac{3}{4} \quad \text{إذا كان}$$

فتحقق من أن : أ)

$$\frac{6}{3} = \frac{8}{4} \quad \text{ب)}$$

$$\frac{4}{8} = \frac{3}{6} \quad \text{ج)}$$

تدريب ٢

$$\text{إذاك كان } \frac{ب}{د} = \frac{ج}{د} \quad (\text{حيث } ب, ج, د \text{ قيم موجبة})$$

فتحقق من الخواص الآتية :

$$1) د = ب ج$$

$$2) \frac{ب}{د} = \frac{ج + د}{د} \quad (\text{أضف ١ إلى طرفي } \frac{ب}{د})$$

$$3) \frac{ب}{د} = \frac{ج - د}{د} \quad (\text{أضف -١ إلى طرفي } \frac{ب}{د} = \frac{ج}{d})$$

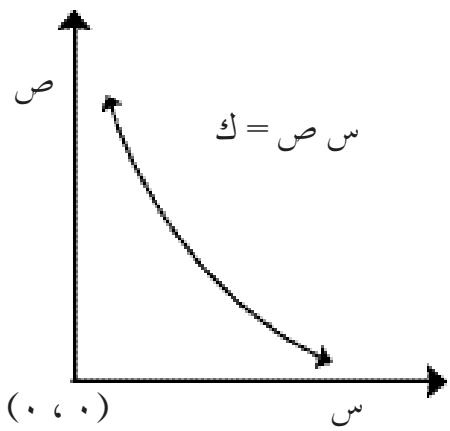
$$4) \text{ إذا كان } ج \neq د \text{ فإن } \frac{ب}{ج} = \frac{ب - د}{د - ج}$$

$$5) \text{ إذا كان } ب \neq ب, ج \neq د, \text{ فإن } \frac{ب + ج}{ج - ب} = \frac{ب + د}{د - ب}$$

درست سابقاً بأن المسافة تساوي السرعة في الزمن أي أن $v = \frac{s}{t}$ فإذا ثبتت المسافة وزادت السرعة فإن مقدار الزمن يقل تبعاً لذلك . وبهذا يمكن القول بأن الزمن يتناصف عكسياً (Inversely Proportional) مع السرعة.

$$\text{الصورة العامة لمعادلة التـغير العـكـسي } s = \frac{k}{v} \text{ أو } v = \frac{k}{s} \\ (s \neq 0, v \neq 0) \text{ حيث } k \text{ ثابت التـغير}$$

الشكل المقابل يوضح التـغير العـكـسي لقيم s ، v الموجبة فكلما زادت قيمة s قلت قيمة v .



مثال ٣

إذا كانت v تتناسب تناصياً عكسياً مع s وكانت $v = 6$ عندما $s = 5$ فأوجد قيمة s عندما $v = 12$



أولاً: نجد قيمة k ، حيث أن v تتناسب عكسياً مع s

$$\therefore s \cdot v = k$$

$$(5) \cdot (6) = k$$

$$30 = k$$

∴ معادلة التـغير العـكـسي هي $s \cdot v = 30$ ولإيجاد قيمة s عندما $v = 12$ بالتعويض في $s \cdot v = 30$ تكون قيمة $s = 2.5$

تدريب ٢

المقاومة الكهربائية للسلك تتناسب طردياً مع طوله و عكسياً مع مربع قطره . إذا كان سلك طوله ١٠٠ م وقطره ٦ م و مقاومته تساوي ١٢ أوم ، و سلك آخر طوله ٨٠ م مصنوع من نفس المادة و مقاومته تساوي ٥ أوم ، أوجد طول قطره .

- ١) يعطي قانون هوك العلاقة بين المسافة التي يمتددها الزنبرك والقوة المؤثرة عليه، حيث يمكن تمثيل قانون هوك رياضياً كالتالي :
- $C = k \cdot F \cdot d$ حيث C القوة بالنيوتن ، F المسافة التي يمتددها الزنبرك بالأمتار ، k ثابت هوك.
- أ) إذا أثرت قوة مقدارها 20 N على الزنبرك وامتد مسافة $5,0\text{ m}$ مثل المعادلة بيانياً ثم أوجد ثابت هوك.
- ب) إذا كان ثابت هوك لمدة ما يساوي $28,0\text{ N}$ والمسافة $F = 35,0\text{ m}$ احسب مقدار القوة المؤثرة.
- ٢) يتغير محيط المربع (m) تغيراً مباشراً مع الطول (L). أكتب المعادلة التي تعبّر عن هذا التغيير ومن ثم مثلها بيانياً.
- ٣) إذا كانت وحدة المقاومة الكهربائية أوم للسلك يتناسب طردياً مع طوله. إذا كان طول السلك يساوي 10 cm به مقاومة $5,7\text{ A}\Omega$ ، ما طول السلك الذي مقاومته $12\text{ A}\Omega$.
- ٤) إذا كان تذبذب إشارة المذيع يتناسب عكسياً مع طول موجته ، وكان تذبذب إشارة المذيع تساوي 1200 KHz وطول موجته تساوي 250 m ، فكم يكون التذبذب لإشارة إذا كان طول الموجة يساوي 400 m .

١) اقسم $d(s)$ على $h(s)$ لكل ما يلي :

$$h(s) = s - 1$$

$$h(s) = s^2 + 2s + 2$$

$$h(s) = s^3 - 3s$$

$$h(s) = s^3 + 3s + 2$$

$$a) d(s) = s^3 - 2s^2 - 2s + 2$$

$$b) d(s) = s^4 + s^2 - 6$$

$$c) d(s) = -s^2 + s^3 - 6s$$

$$d) d(s) = s^3 + 11s^2 + 12$$

٢) بسط القادير التالية :

$$b) \frac{s-1}{s+2} \times \frac{2s^3 + 2s^2 - s}{s-6}$$

$$a) \frac{s^6 + 2s^9}{s+6}$$

$$d) \frac{2s^8 - 2s^6}{9s^6 + 2s^4 + s^2} \times \frac{2s^5 - 2s^2 + 2}{s^4 - 4s^2}$$

$$g) \frac{s^2 - 2s - 8}{s^3 + 3s} \div \frac{s-4}{s^2 - 8s - 4}$$

$$h) \frac{s^2 + 2s - 15}{s^3 - 10s^2 + 7s} \times \frac{4s^2 + 2}{s^4 - 1}$$

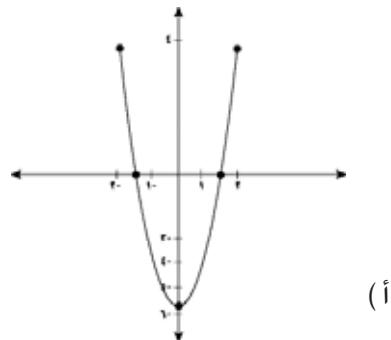
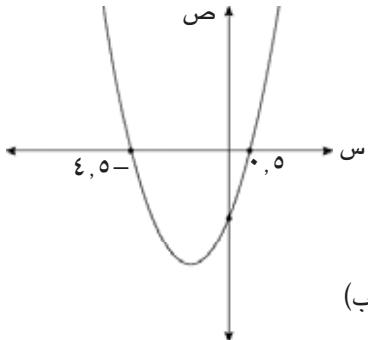
٣) ثلاثة أعداد فردية موجبة متتالية، أصغرها $s + 1$ ، أثبت أن ناتج طرح مقلوب العدد الأوسط من ضعف مقلوب العدد الأصغر يساوي العدد الأكبر مقسوماً على حاصل ضرب العددين الأصغر والأوسط.

٤) حاصل ضرب مقدارين جبريين هو $8s^3 - 2s^2 - 18s + 21$ إذا كان أحدهما هو $2s - 3$ فأوجد المقدار الثاني.

٥) إذا كان $q(s) = m s^2 + 5s - 2$ يقبل القسمة على $h(s) = s + 1$ فأوجد m .

٦) عدد مكون من رقمين مختلفين ، وعدد آخر مكون من نفس رقمي العدد الأول مع تغيير في ترتيبهما. أثبت أن خارج قسمة الفرق الموجب بين مربع العددين ، على الفرق الموجب بين مربعين الرقمين يساوي ٩٩.

٧) الأشكال التالية تمثل دوالاً . اكتب مجموعة حل المعادلة التربيعية لكل شكل ثم كون المعادلة.

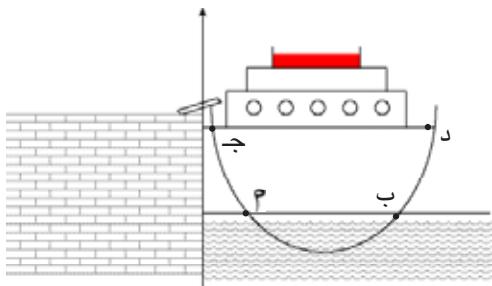


٨) تمثل الدالة $s = -s^2 + 12s + 8$ المقطع العرضي لسفينة في المستوى.

أ) أوجد المسافة بين ج ، ب

$$b) \text{ حل المعادلة } s^2 - 2s + 8 + 12s = 5$$

للحصول على ج ، د ومن ثم احسب المسافة بين ج ، د .



٩) ما محور التماثل للدوال التالية :

$$a) s = 2s^2$$

$$b) s = (s - b)^2$$

$$c) s = (s - b)^2 + c$$

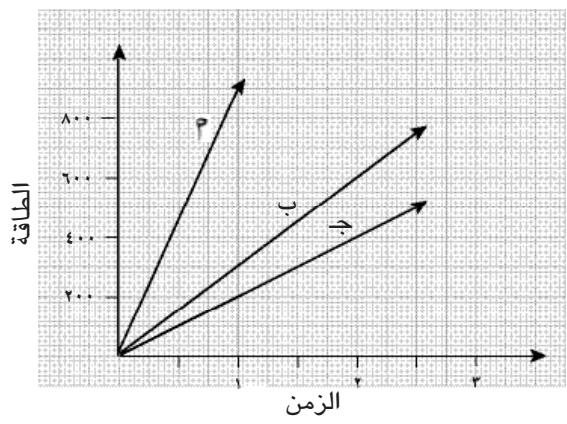
١٠) ما صورة الدالة $s = 2s^2$ بالإنعكاس في المحور السيني.

$$11) \text{ صف بيان الدالة } d(s) = (s + 2)^2 - 3$$

$$12) \text{ إذا كان } d(s) = 2s^2 + 5 \text{ ، } h(s) = -1 - 3s$$

فأوجد $d \circ h(s)$ إن أمكن.

١٣) يوضح الشكل التالي استهلاك الطاقة (كالوري) وذلك للشخص الذي يزن ٧٠ كغم في ثلاثة حالات ويمشي ٤ كم/ساعة ، يمشي ٥،٢ كم/ساعة ، يركض ١٦ كم/ساعة . اجب عن الأسئلة التالية:



أ) أي من المستقيمات في الشكل تمثل كل نوع مع التفسير .

ب) يزن كل من علي و خولة ٧٠ كغم . سار علي ملدة نصف ساعة بمعدل ٥،٢ كم/ساعة بينما سارت خولة الوقت نفسه بمعدل ٤ كم/ساعة فكم كالوري استهلك علي أكثر من خوله؟

ج) اكتب المعادلة الخاصة بالركض وما هو ثابت التغير؟

د) هل تعتقد أن ثابت التغير يختلف إذا كان وزن الشخص أقل من ٧٠ كغم ؟ وإذا كان كذلك فهل هو أقل أم أكثر ؟ فسر السبب .

الوحدة السادسة

الدوال المثلثية Trigonometric Functions

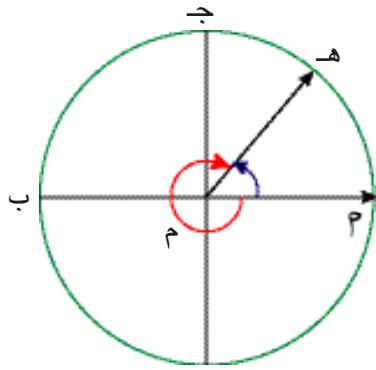
- ١ - التوسيع في النسب المثلثية لتشمل الزوايا [٠° إلى ٣٦٠°] وإيجاد النسب المشتقة لها [مقلوب النسب].
- ٢ - إيجاد العلاقة بين أضلاع المثلث قائم الزاوية ذي الزوايا الخاصة [٤٥°، ٤٥°، ٩٠°، ٣٠°، ٦٠°].
- ٣ - تعريف الوضع القياسي للزاوية ودائرة الوحدة والنقطة المثلثية واستخدام كل منها.
- ٤ - رسم زاوية في الوضع القياسي وتحديد الزاوية الموجبة والزاوية السالبة.
- ٥ - إيجاد قيمة زاوية عُلِّمت إحدى نسبها المثلثية.
- ٦ - حل مسائل باستخدام النسب [زاوية الإرتفاع والإِنْهَاف].
- ٧ - استيعاب المتطابقات المثلثية والمعادلات المثلثية واستخدامها وحلها.

الزاوية في الوضع القياسي Standard Angle

هل سبق لك أن زرت بيت الله الحرام لأداء العمرة أو فريضة الحج إن لم يكن كذلك حاول البحث عن إجابات للأسئلة التالية :



- ١- من أين يبدأ الناس الطواف حول الكعبة.
- ٢- أين يكون موقع الحجر الأسود بالنسبة للطائفين عند البدء بالطواف.
- ٣- في أي اتجاه يكون الطواف حول الكعبة هل في اتجاه دوران عقارب الساعة أم عكس اتجاه دوران عقارب الساعة.
- ٤- إذا اعتبرنا أن موقع الكعبة يمثل نقطة الأصل في نظام إحداثي فاحسب :
 - قياس الزاوية إذا أكمل الحاج الشوط الأول.
 - قياس الزاوية إذا وصل الحاج إلى الركن اليماني أثناء الشوط الأول.



الزاوية القياسية

نشاط ١

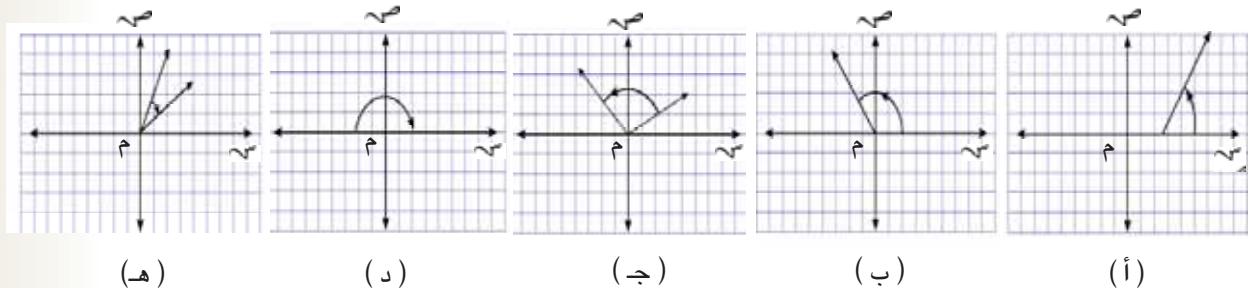
الأدوات : لوحة ورق مقوى ، دبوس كبس ، عودان خشبيان.
الخطوات :

- ١- عين المستوى الإحداثي على الورق المقوى .
- ٢- ثبت العمودين الخشبيين بالدبوس عند نقطة الأصل .
- ٣- ثبت أحد العمودين على المحور السيني الموجب (الضلوع الإبتدائي) .
- ٤- حرك العود الخشبي الآخر (الضلوع النهائي) مرّة مع عقارب الساعة ومرة عكس عقارب الساعة .
- ٥- ارسم الزوايا التي مثلتها في دفترك .

ثمنا جيد عمالي :

- ١- إذا أخذ الضلع النهائي الوضع \overrightarrow{MH} فما علاقة قياس الزاوية مع عقارب الساعة وقياسها عكس عقارب الساعة ؟
- ٢- ما مجموع قياس الزاوية مع عقارب الساعة والزاوية عكس عقارب الساعة ؟
- ٣- ما الفرق بين موقع الزاوية $\angle MHB$ مع كل من الزوايا $\angle BMG$ ، $\angle HMB$ ، $\angle GMH$ ؟

صنف كلا من الزوايا التالية إلى زوايا في الوضع القياسي وأخرى ليست في الوضع القياسي مع ذكر السبب ثم حدد في أي الأرباع يقع الضلع النهائي لكل منها :



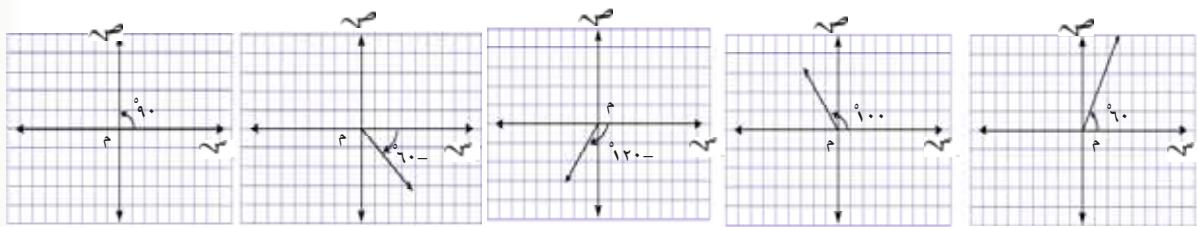
تعريف
الزاوية التي رأسها نقطة الأصل وينطبق ضلعها الإبتدائي على الجزء الموجب لمحور السينات تسمى "زاوية في الوضع القياسي".

- إذا كان اتجاه حركة الضلع النهائي عكس حركة عقارب الساعة فإن قياس الزاوية يكون موجباً.
- إذا كان اتجاه حركة الضلع النهائي مع حركة عقارب الساعة فإن قياس الزاوية يكون سالباً.

مثال ١

ارسم الزوايا التالية في الوضع القياسي في المستوى الإحداثي وحدد موقعها في أي ربع :

- أ) 60° ب) 100° ج) -120° د) 90°



- ٤) الربع الأول ب) الربع الثاني ج) الربع الثالث د) الربع الرابع ه) زاوية ربعة

لعلك تلاحظ ما سبق انه إذا رسمت زاوية في الوضع القياسي فإن موقع ضلعها النهائي يحدد الربع الذي تقع فيه الزاوية وإذا انطبق ضلعها النهائي على أحد محوري الإحداثيات فإنها تسمى زاوية ربعة.

الأدوات : ورق رسم بياني ، مسطرة ، منقلة
الخطوات :

قم بالتعاون مع أفراد مجموعتك برسم شكل في المستوى الإحداثي يحقق القياسات المطلوبة في كل مما يلي حيث أن كل شكل عبارة عن زوج من الزوايا القياسية.

الشكل		
٢٨٥-	٧٥	(١)
٢٤٠	١٢٠-	(٢)
٢٤٥-	١١٥	(٣)
٣٣٠	٣٠-	(٤)

- أوجد مجموع القياس المطلق للزواياتين في كل شكل من الأشكال السابقة.
- ماذا يمكن أن نسمي كل زوج من قياسي كل زاوية.
- دون ملاحظاتك وقارن ما توصلت إليه مع المجموعات الأخرى.

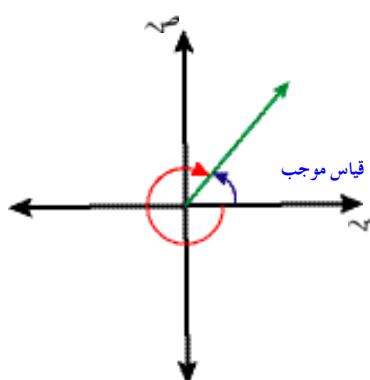
تدريب ٢

أوجد القياس الآخر لـ كل من الزوايا الآتية علماً بأنها في الوضع القياسي ثم أرسمها في دفترك:

أ) ٨٠°	ب) ٢٢٠°	ج) ٤٥°	د) ٦٠°
--------	---------	--------	--------

نتيجة

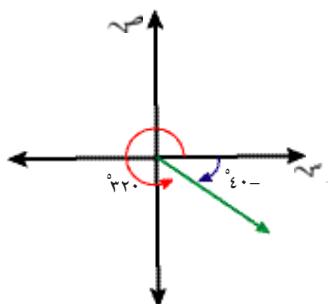
لكل موقع للضلع النهائي توجد زاوية لها قياسان أحدها موجب والآخر سالب ومجموع قياسي الزاوية المطلق = ٣٦٠°



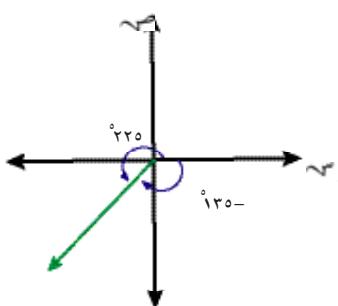
مثال ٢

ارسم الزاويتين التاليتين في الوضع القياسي وأوجد القياس الآخر لكل منها :

$$\text{ب) } 320^\circ - 360^\circ =$$



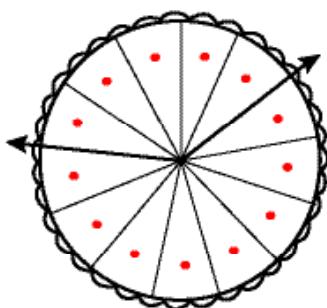
$$\text{أ) قياس الزاوية الآخر} = |320^\circ - 360^\circ| = 40^\circ$$



$$\text{ب) قياس الزاوية الآخر} = |135^\circ - 225^\circ| = 90^\circ$$

تدريب ٣

قطعة فضية دائيرية الشكل قسمت إلى قطاعات دائيرية متساوية لرسم بعض النقوش عليها. أوجد قياس الزاوية الموضحة في الشكل

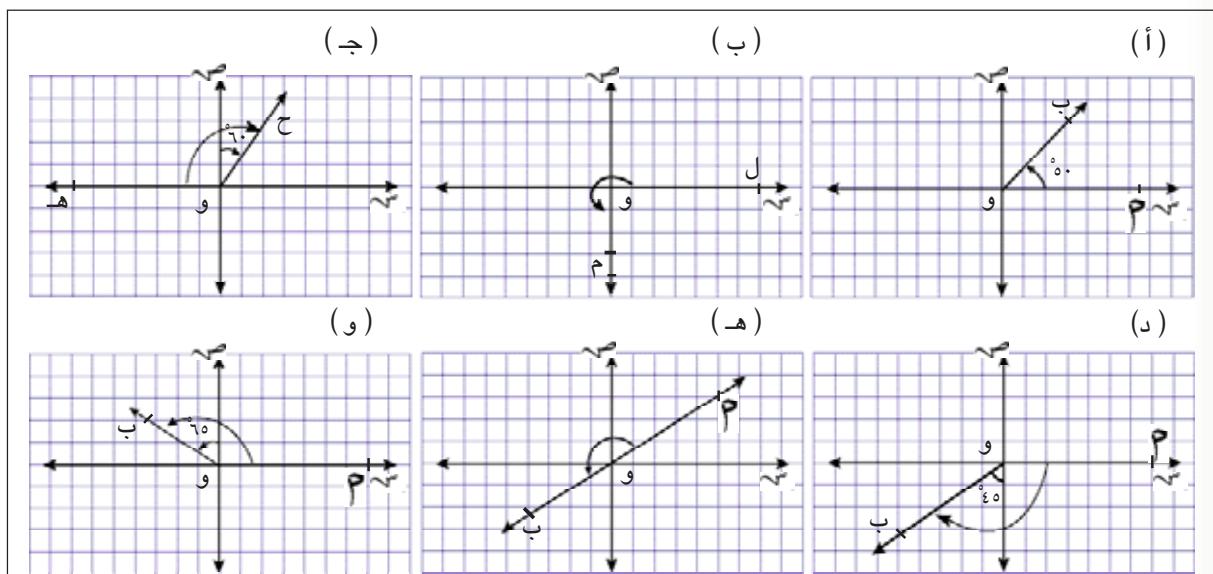


- ١) ارسم زاوية قياسية بحيث يمر الضلع النهائي بالنقطة الموضحة في كل مما يلي :
- ج) (٢ ، ٢) أ) (٤ ، ٥) ب) (٠ ، ٣)
- د) (٤ ، ٠) ب) (٣ ، ٣)

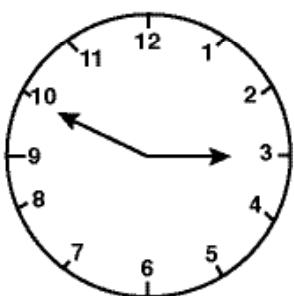
- ٢) ارسم الزوايا التالية في الوضع القياسي :
- د) 150° ج) -220° ب) 330°

- ٣) أوجد القياس الآخر لكل من الزوايا الموضحة قياساتها فيما يلي :
- د) -100° ج) 135° ب) 270° أ) 180°

- ٤) سُمِّيَ الضلع الإبتدائي والضلع النهائي لـكل زاوية فيما يأتي وعين قياسها وحدد الزاوية التي في وضع قياسي :

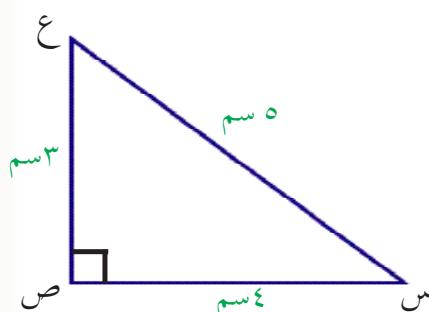


- ٥) ساعه حائط كما في الشكل الموضح أوجد قياسي الزاوية الموجبة المخصوصة بين عقرب الساعات وعقارب الدقائق كما في الشكل الموضح.



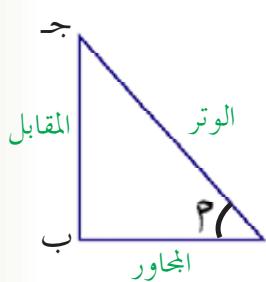
النسب المثلثية Trigonometric Ratios

في الشكل المقابل المثلث س ص ع مثلث قائم الزاوية في ص تأمل الشكل ثم أجب عما يأتي :



- ١) ما موقع الضلع س ص بالنسبة لـ س
- ٢) ما موقع الضلع ص ع بالنسبة لـ س
- ٣) ماذا يسمى الضلع س ع .
- ٤) أوجد نسبة طول الضلع س ص إلى طول الضلع س ع ...
ماذا تسمى هذه النسبة ؟
- ٥) أوجد نسبة طول الضلع ص ع إلى طول الضلع س ع ...
ماذا تسمى هذه النسبة ؟
- ٦) أوجد نسبة طول الضلع س ع إلى طول الضلع س ص ... ماذا تسمى هذه النسبة ؟

سبق وأن درست في الصف التاسع النسب المثلثية للزاوية الحادة وهي :



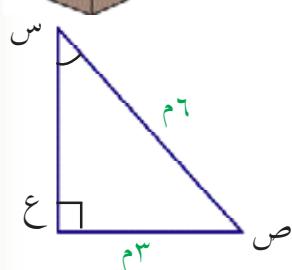
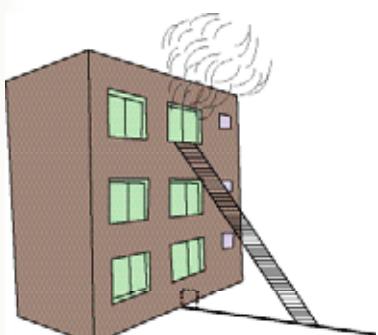
$$\text{جاتا} = \frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}} \quad \text{وتسمى جيب الزاوية}$$

$$\text{جتا} = \frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}} \quad \text{وتسمى جيب تمام الزاوية}$$

$$\text{ظا} = \frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}} \quad \text{وتسمى ظل الزاوية}$$

مثال ١

سلم طوله ٦ امتار ، يتکئ على حائط بحيث يبعد أسفل السلم عن الحائط ٣ امتار أوجد جيب وجيب تمام الزاوية التي يصنعها السلم مع الحائط .



$$\text{جا س} = \frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}} = \frac{3}{6}$$

$$\text{جتا س} = \frac{\text{المقايل}}{\text{الوتر}}$$

لإيجاد المجاور نستخدم نظرية فيثاغورس

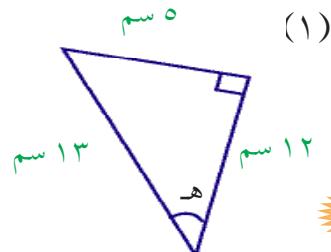
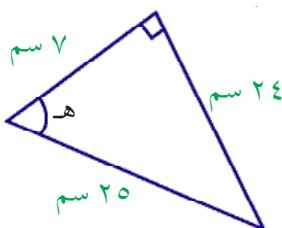
$$(\text{المجاور})^2 = (6)^2 - (3)^2 \quad \therefore \text{المجاور} = \sqrt{36 - 9} = \sqrt{27} = 3\sqrt{3}$$

$$\text{جتا س} = \frac{3\sqrt{3}}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

تدريب ١

أ) أوجد النسب المثلثية للزاوية ج في المثلث أ ب ج القائم في ب الذي فيه $\angle B = 90^\circ$ ، $B = 8\text{ سم}$ ، $J = 11\text{ سم}$.

ب) أوجد جا ج ، جتا ج ، ظا ج لـ كل من المثلثات الآتية :



مثال ٢

إذا علمت أن ج زاوية حادة وكانت جتا ج = $\frac{2}{3}$

فأوجد جا ج ، ظا ج .

الحل

نرسم شـكـلاً تخطيطياً للمثلث جـ بـ جـ تكون نسبة بـ جـ إلى جـ جـ = $\frac{2}{3}$

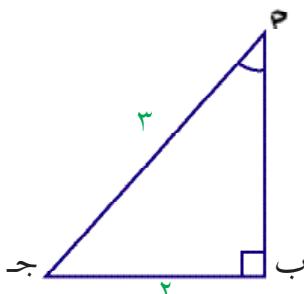
إذا كان جـ جـ = 3 وحدات فإن بـ جـ = 2 وحدة

$$(جـ جـ)^2 = (بـ جـ)^2 + (بـ جـ)^2$$

$$4 - 9 = 2$$

$$\sqrt{5} = \sqrt{5} \leftarrow 5 =$$

$$\frac{\sqrt{5}}{2} = \frac{\sqrt{5}}{3} =$$



تدريب ٣

ب) جـ مثلث قائم الزاوية في بـ فيه قـ ($\angle J = 90^\circ$) ، $J = 25\text{ سم}$ حدد العناصر المجهولة في المثلث وأوجدها.

النسب المثلثية المشتقة أو مقلوب النسب المثلثية Reciprocal Ratios

تسمى النسب المثلثية الناتجة عن مقلوب النسب المثلثية الأساسية بالنسب المثلثية المشتقة وتعرف كـ الآتي:

$$\frac{1}{جا س} = قـ تـا س$$

$$\frac{1}{جـ تـا س} = فـا س$$

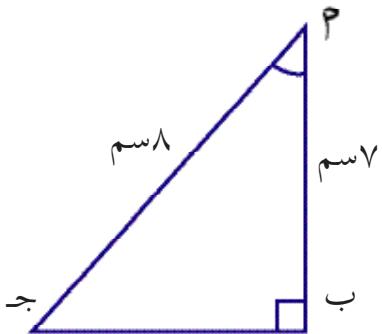
$$\frac{1}{ظـا س} = ظـتا س$$

فمثلاً :

إذا كان جاس = $\frac{1}{3}$ فإن قتا س = ٢
وإذا كان جتا س = $\frac{2}{3}$ فإن قا س = $\frac{3}{2}$

مثال ٣

ب ج مثلث قائم الزاوية في ب فإذا كان ب = ٧ سم ، ج = ٨ سم
فأوجد كلاً من :
جاء ، جتا ، ظاء ، قا ، ظتا



الحل

$$\begin{aligned} (ب ج)^2 &= (ب ج)^2 - (ب)^2 \\ 15^2 &= 64 \\ \therefore ب ج &= \sqrt{15} \text{ لما ذكر} \\ \therefore جاء &= \frac{7}{\sqrt{15}}, \text{ جتا} = \frac{\sqrt{15}}{8}, \text{ ظاء} = \frac{8}{\sqrt{15}} \\ \frac{7}{\sqrt{15}} &= \frac{8}{\sqrt{15}}, \text{ قا} = \frac{8}{7}, \text{ ظتا} = \frac{7}{8} \end{aligned}$$

تدريب ٣

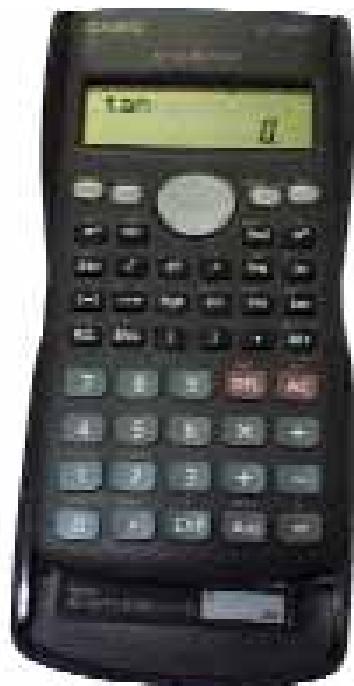
س ص ع مثلث قائم الزاوية في ص فيه س ص = ص ع = ٤ سم
أوجد جتا ع ، جا ع ، ظا ع ، قا ع

استخدام الآلة الحاسبة في إيجاد قيم النسب المثلثية

توجد المفاتيح التالية على جميع الحاسبات العلمية
Sin مفتاح "جا" cos مفتاح "جتا" tan مفتاح "ظا"

مثال ٤

استخدم الآلة الحاسبة وأوجد جتا 80°



الحل

لحساب جتا 80° نستخدم المفاتيح التالية من اليسار :

cos 8 0

فيظهر على الشاشة : 0.173648177
قيمة المقدار ≈ 0.1736 ، مقربة لأربعة أرقام عشرية .

تدريب ٤

أوجد باستخدام الآلة الحاسبة :
 ب) $\cot 70^\circ$

مثال ٥

أوجد قيمة المقدار $\cot 4^\circ - 3 \cos 15^\circ + 2 \sin 1^\circ$ باستخدام الآلة الحاسبة .



تستخدم المفاتيح التالية :

\tan	4	0	-	3	x	\sin	1	5	+	2	=
--------	---	---	---	---	---	--------	---	---	---	---	---

فيظهر على الشاشة : 2.0626496
 قيمة المقدار $\approx 2,0626$ لأقرب أربعة عشرية .

تدريب ٥

أوجد قيمة كل مقدار مما يلي باستخدام الآلة الحاسبة :
 ١) $\cot 180^\circ - \cos 90^\circ + \tan 30^\circ$

$$2) \frac{\cot 60^\circ - \cos 30^\circ}{\cos 53^\circ - \sin 20^\circ}$$

مثال ٦

في الشكل المجاور أوجد :
 س ، ص ، ج



$$\cot 24^\circ = \frac{ص}{س}$$

$$\therefore ص = 24 \cot 20^\circ$$

$$\therefore م = 8,9$$

$$\cot 35^\circ = \frac{ب}{س+ص} \text{ حيث أن } ب = س+ص$$

$$\therefore ب = 20 \cot 35^\circ$$

$$\therefore ب \approx 14 م$$

$$\therefore س = 8,9 - 14 م$$

$$\therefore م = 5,1$$

تدريب ٦

أب ج مثلث قائم الزاوية في ب إذا كان $ب = 13$ سم ، $ج = 8$ سم
 فأوجد $ج$ ، $ق(\hat{ب})$ ، $ق(\hat{ج})$

١) إذا كان L م من مثلث قائم الزاوية في M ، فيه $L = 5$ سم ، $M = 8$ سم
فأكمل الجدول الآتي :

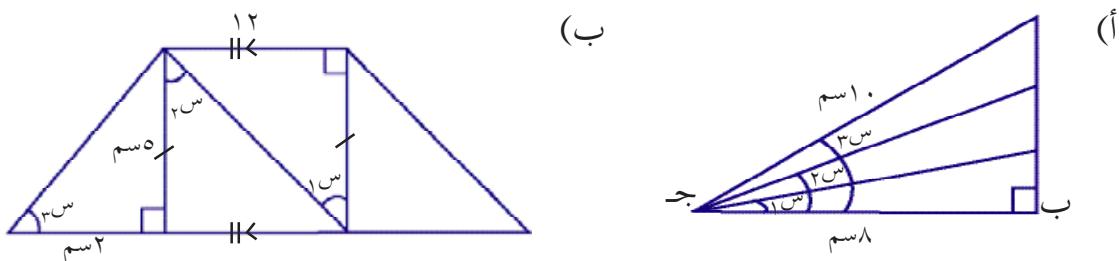
ظا	قا	قتا	ظا	جتا	جا	النسبة الزاوية
						L
						N

٢) مثلث قائم الزاوية طول أحد ضلعي القائمة ٥ سم وطول وتره ١٣ سم

- أ) احسب طول ضلع القائمة الآخر .
- ب) احسب قيم النسب المثلثية للزاوية الحادة الصغرى .
- ج) احسب قيم النسب المثلثية للزاوية الحادة الكبرى .
- د) ما العلاقة بين قيم النسب المثلثية للزواياتين الحادتين الصغرى والكبرى .

٣) ب ج مثلث قائم الزاوية في ج فيه $B = 4$ سم ، $B = 7$ سم احسب قيم النسب المثلثية للزاوية ب ومقلوباتها .

٤) أوجد النسب المثلثية ومقلوباتها للزوايا (\sin ، \cos ، \tan) في كل من الأشكال التالية:



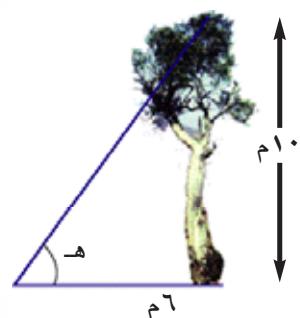
٥) احسب قيم النسب المثلثية الأخرى للزاوية ه في الحالتين التاليتين إذا كانت :

$$\text{أ) } \tan H = \frac{7}{25} \quad \text{ب) } \cot H = \frac{25}{7}$$

٦) تحقق باستخدام الآلة الحاسبة أن

$$\text{أ) } 1 + \cot 70^\circ = \frac{\cot 20^\circ}{\cot 70^\circ - 1}$$

$$\text{ب) } \cot 75^\circ = \cot 65^\circ \cot 10^\circ - \cot 65^\circ \cot 10^\circ$$



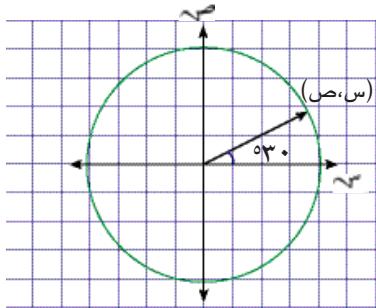
٧) الشكل المقابل يمثل شجرة طولها ١٠ م وطول ظلها ٦ م
أوجد كلاً من $\tan H$ ، $\cot H$ ، $\tan h$

نشاط ١

دائرة الوحدة :

الأدوات : ورق رسم بياني ، مسطرة ، فرجار ، منقلة ، آلة حاسبة
الخطوات :

١- عين المستوى الإحداثي على ورقة الرسم البياني ودرج المحاور مستخدماً وحدة طول معينة (٣ سم مثلاً).



٢- ارسم دائرة مركزها نقطة الأصل ونصف قطرها وحدة واحدة (دائرة الوحدة).

٣- استخدم المنقلة وارسم زاوية قياسها ٣٠ في الوضع القياسي.

٤- حدد النقطة P نقطة تقاطع الضلع النهائي للزاوية مع الدائرة (النقطة المثلثية).

٥- استخدم القياس لإيجاد إحداثيات النقطة P ($\sin \theta, \cos \theta$) بالوحدات التي استخدمتها.

٦- استخدم الآلة الحاسبة لإيجاد قيمة $\sin 30^\circ$ ، $\cos 30^\circ$ ، وقارن الناتج مع قيمة $\sin 30^\circ$ ، $\cos 30^\circ$ في الخطوة رقم (٥) ماذا تلاحظ؟

٧- أوجد $(\sin 30^\circ)^2 + (\cos 30^\circ)^2$ ماذا تلاحظ عن مجموع القيمتين واختبار صحة العلاقة مع زوايا أخرى ثم سجل استنتاجك.

٨- كرر الخطوات السابقة مع زوايا أخرى مثل $(55^\circ, 80^\circ, \dots)$.
حاول أن تتوصل إلى علاقة تربط بين جيب وجيب تمام الزاوية وإحداثي النقطة $(\sin \theta, \cos \theta)$ على دائرة الوحدة.

تدريب ١

أ) بدون استخدام الآلة الحاسبة استعن بدائرة الوحدة لإيجاد نسبة جيب وجيب تمام الزوايا $90^\circ, 180^\circ, 270^\circ$ ثم حدد الربع الذي تقع فيه كل منها. وماذا يمكن أن نسميها في هذه الحالة؟

ب) أحسب

$$\sin^2 90^\circ + \sin^2 270^\circ$$

$$\sin^2 90^\circ + \sin^2 180^\circ$$

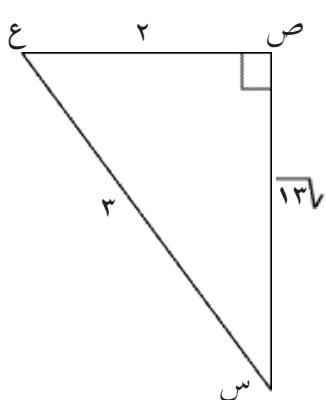
$$\sin^2 180^\circ + \sin^2 270^\circ$$

١) لكل زاوية α في الوضع القياسي يوجد نقطة مثلثية يكون إحداثياتها $(جتا \alpha, جا \alpha)$ حيث $س = جتا \alpha, ص = جا \alpha$

٢) لأي زاوية قياسها α حيث $0^\circ < \alpha < 180^\circ$ يكون $جا^2 \alpha + جتا^2 \alpha = 1$

مثال ١

إذا كانت $(\frac{3}{2}, \frac{1}{2})$ هي النقطة المثلثية للزاوية التي قياسها α فأوجد النسب المثلثية ومقلوباتها لهذه الزاوية. ومن ثم عين قياس α .



$$\begin{aligned} جتا \alpha &= \frac{3}{2}, \quad جا \alpha = \frac{1}{2}, \quad ظا \alpha = \frac{1}{\frac{3}{2}} = \frac{2}{3} \text{ لماذا؟} \\ قا \alpha &= \frac{2}{\frac{3}{2}}, \quad قتا \alpha = 2, \quad ظتا \alpha = \frac{3}{2} \\ \text{قياس } \alpha &= 30^\circ \end{aligned}$$

تدريب ٢

الشكل المقابل يمثل Δ س ص ع تتحقق من أن $(جتا س)^2 + (جا س)^2 = 1$

مثال ٢

مستعينا بدائرة الوحدة أوجد النسب المثلثية ومقلوباتها للزاوية التي قياسها 360° .



$$\begin{aligned} \text{النقطة } (1, 0) &\text{ هي النقطة المثلثية للزاوية } 360^\circ \\ جا 360^\circ &= 0, \quad قتا 360^\circ \text{ غير معرفة لماذا؟} \\ جتا 360^\circ &= 1, \quad قا 360^\circ = 1 \\ ظا 360^\circ &= 0, \quad ظتا 360^\circ \text{ غير معرف} \end{aligned}$$

تدريب ٣

إذا كانت α زاوية حيث $0^\circ < \alpha < 180^\circ$ فأوجد $جتا \alpha, جا \alpha, ظا \alpha, ظتا \alpha$ حيث



نشاط ١

إشارة كل من الجيب وجيب التمام

الأدوات : مجموعة من البطاقات مكتوب عليها زوايا تقع في أربع مختلفة، آلة حاسبة .
الخطوات :

١) اسحب بطاقة عشوائياً ومن ثم أكمل الجدول التالي:

الربع الذي تقع فيه	(س ، ص)	إشارة جتا	إشارة جا	هـ

- ٢) ما إشارة الجيب في الربع الأول ، ما إشارة جيب التمام في الربع الأول.
- ٣) ما العلاقة بين الزاوية والنقطة المثلثية وإشارة كل من جيب وجيب تمام الزاوية.
- ٤) تعاون مع أفراد مجموعتك قم بعمل ملخص لإشارات كل من جيب وجيب تمام الزاوية في كل ربع من أربع المستوي الإحداثي .
- ٥) قارن ما توصلت إليه مع نتائج المجموعات الأخرى.

تدريب ٤

حدد إشارة كل من جا ، جتا ، ظا الزوايا التالية:

أ) 5° ب) 30° ج) 200°

نتيجة

لكل زاوية هـ حيث : هـ فإن النسب المثلثية الأساسية تكون على الوجه الآتي :

- ١) اذا وقعت الزاوية في الربع الأول فإن جميع نسبها المثلثية موجبة.
- ٢) اذا وقعت الزاوية في الربع الثاني فإن نسبة الجيب تكون موجبة فقط.
- ٣) اذا وقعت الزاوية في الربع الثالث فإن نسبة الظل تكون موجبة فقط.
- ٤) اذا وقعت الزاوية في الربع الرابع فإن نسبة جيب التمام (جتا) تكون موجبة فقط.
- ٥) للزوايتين الربعتين 90° ، 270° تكون نسبة الظل غير معرفة.

مثال ٣

إذا كانت النقطة $(س، \frac{\sqrt{3}}{2})$ هي النقطة المثلثية للزاوية التي قياسها $ه$ فأوجد جيب ، جيب تمام وظل هذه الزاوية .

حيث $90^\circ > ه > 180^\circ$



$$\text{ص} = \text{جا } ه = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

حيث $(س، \frac{\sqrt{3}}{2})$ نقطة مثلثية

$$س^2 + (\frac{\sqrt{3}}{2})^2 = 1$$

$$س^2 = 1 - \frac{3}{4} \Rightarrow س = \pm \frac{1}{2} \text{ لماذا؟}$$

وحيث أن الزاوية التي قياسها $ه$ تقع في الربع الثاني جتا $ه = \frac{1}{2}$
ظا $ه = -\sqrt{\frac{2}{3}}$ لماذا؟

تدريب ٥

بناء على النتيجة السابقة استنتج إشارة باقي النسب المثلثية ومقلوباتها للزاوية $ه$ في المثال السابق.

مثال ٤

إذا كان جتا $ه = \frac{1}{3}\sqrt{2}$ فأوجد ظا $ه$ حيث $180^\circ < ه < 270^\circ$

ثم مثل النقطة المثلثية للزاوية التي قياسها $ه$ على دائرة الوحدة



$$\text{جتا } ه = \frac{1}{3}\sqrt{2}$$

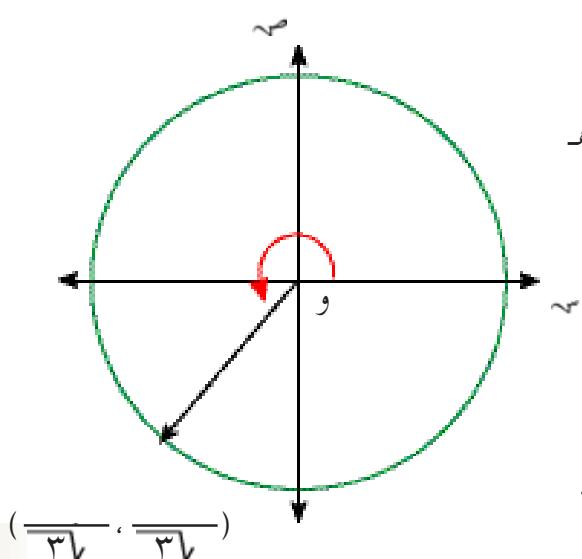
$(\frac{1}{3}\sqrt{2}، ص)$ هي النقطة المثلثية للزاوية التي قياسها $ه$

$$ص^2 + (\frac{1}{3}\sqrt{2})^2 = 1 \Rightarrow ص^2 = 1 - \frac{2}{9} = \frac{7}{9}$$

$$\therefore ص = \pm \frac{\sqrt{7}}{3}$$

وحيث أن $180^\circ < ه < 270^\circ$ ص $= \frac{\sqrt{7}}{3}$

$$\therefore \text{جا } ه = \frac{\sqrt{7}}{3}$$



$$\text{ظا } ه = \frac{\text{جا } ه}{\text{جتا } ه} = \frac{\frac{\sqrt{7}}{3}}{\frac{1}{3}\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{14}}{2}$$

٦ تدريب

إذا كان جتا هـ = $\frac{1}{26}$ حيث $270^\circ > هـ > 360^\circ$
فأوجد جا هـ ، ظا هـ ، قا هـ ، قتا هـ ، ظتا هـ .

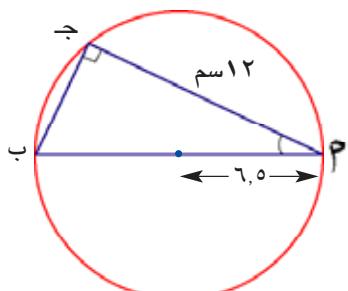
٧ تدريب

إذا كان جا هـ = $\frac{12}{13}$ ، جتا هـ = $\frac{5}{13}$ فأوجد :
 ١) قتا هـ ، قا هـ ، ظتا هـ
 ٢) النقطة المثلثية للزاوية التي قياسها هـ .

٥ مثال

دائرة نصف قطرها ٦,٥ سم ، رسم القطر \overline{PB} ، أخذت نقطة جـ على الدائرة حيث $PJ = 12$ سم ، ثم رسمت \overline{BQ} .. أوجد قيمة كل من :
 ١) $13 \text{ جام} + 12 \text{ قتاب}$
 ٢) $5 \text{ قاب} - 12 \text{ ظما}$

الحل



$\therefore \text{نق} = 6,5 = 13 \text{ بـ} = 13 \text{ سم}$
لاحظ أن $\triangle PBQ$ قائم الزاوية في جـ لماذا ؟

$$\begin{aligned} \therefore \text{جا بـ} &= 5 \text{ سم} \\ 1) \text{ جام} &= \frac{5}{13} , \text{ قتاب} = \frac{13}{12} \\ 13 \therefore & 13 \text{ جام} + 12 \text{ قتاب} = \left(\frac{13}{12}\right) \times 12 + \left(\frac{5}{13}\right) \times 13 = 18 = 13 + 5 \\ 2) \text{ قاب} &= \frac{13}{5} , \text{ ظما} = \frac{12}{5} \\ \therefore 5 \text{ قاب} - 12 \text{ ظما} &= \left(\frac{13}{5}\right) 12 - \left(\frac{12}{5}\right) 5 = 8 = 5 - 13 \end{aligned}$$

٨ تدريب

دائرة مركزها مـ ، سـ صـ مماساً للدائرة في النقطة سـ ، وكان سـ صـ = ٨ سم ،
 $\text{صـ مـ} = ٠$ ١ سم أوجد طول نصف قطر الدائرة ثم أثبت أن :
 ١) $10[(جاص + جتا مـ) - (جتا صـ + جام)] + 4 = \text{صفر}$
 ٢) $8 \text{ ظنام} + 6 \text{ قتاب} = 16$

- ١) حدد إشارة كل نسبة من النسب المثلثية الآتية :
- أ) جا 85°
 ب) قا 150°
 ج) جتا 35°
 د) ظتا 35°
 هـ) ظتا 220°
 وـ) قتا 280°

٢) إذا كان $(س، \frac{1}{2})$ هي النقطة المثلثية للزاوية التي قياسها $هـ$ ، فأوجد النسب المثلثية ومقلوباتها لهذه الزاوية علماً بأن $180^\circ < هـ < 270^\circ$

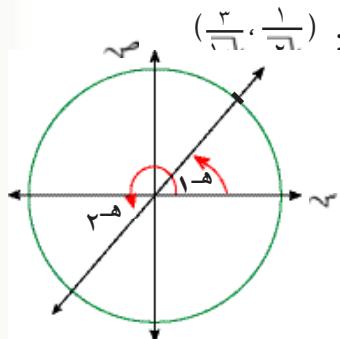
٣) إذا كان جا $هـ = \frac{7}{13}$ حيث $90^\circ < هـ < 180^\circ$ فأوجد النسب المثلثية الأخرى ومقلوباتها للزاوية التي قياسها $هـ$.

٤) إذا كانت $(٣، ٢)$ نقطة مثلثية للزاوية $هـ$ حيث $0^\circ < هـ < 90^\circ$ فأوجد جميع النسب المثلثية للزاوية $هـ$.

٥) حدد أي النقاط التالية تعتبر نقطة مثلثية:

- أ) $(\frac{1}{2}, -1)$
 ب) $(-\frac{3}{5}, \frac{4}{5})$
 ج) $(\frac{1}{2}, \frac{3}{7})$
 د) $(0, -1)$

٦) أوجد النسب المثلثية لكلا من الزاويتين $هـ_1 = 2$ في الشكل المقابل :

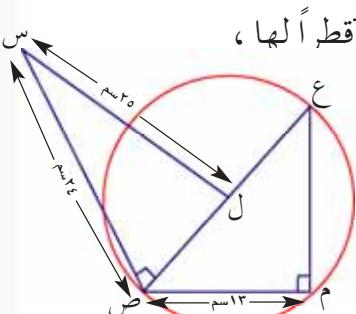


٧) قياس زاوية من زوايا مثلث قائم الزاوية 73° عين النسب المثلثية الأساسية لكل زاوية من زواياه علماً بأن طول الوتر 10 سم.

٨) بـ $\overline{قطر}$ في دائرة طوله 5 سم ، جـ \exists لدائرة بحيث $جـ = 4$ سم ، أوجد قيمة
 $\sqrt{قا^2 + قتا^2}$
 أ) جتا $2^\circ +$ جتا 2°

٩) من الشكل المقابل : لـ $ل$ مركز للدائرة ، $ص$ مماس للدائرة ، $ع$ صـ $\overline{قطـر}$ لها ،
 $ص$ ، وتر $أ$ في الدائرة أثبت أن :

أ) 73° (قـ \times ظـ α) = 48°
 بـ 13° [قتـ \times قـ $\left(\overset{\wedge}{ص} \times ع\right)$] = 50°
 ظـ α



النسب المثلثية للزوايا الخاصة Triangular Ratios of Special Angles

هناك بعض الزوايا الخاصة كثيرة الاستعمال ومن المفيد معرفة نسبها المثلثية.
أكمل الجدول التالي باستخدام الآلة الحاسبة

٩٠°	٦٠°	٤٥°	٣٠°	ـ جـ هـ
			$\frac{1}{2}$	ـ جـ هـ
		$\frac{\sqrt{2}}{2}$		ـ جـ تـ هـ
				ـ ظـ هـ

فكـر كـيف يـمـكـنـك بـرهـنـة النـتـائـج السـابـقـة استـعـن بـدـائـرـة الـوـحـدـة .

نتـيـجة

في المثلث $\triangle ABC$ ، المتساوي الساقين ، والقائم الزاوية

$$\frac{1}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{45^\circ}{45^\circ} = \frac{1}{1}$$

نشـاط ١

المثلث القائم ذي الزاوية الخاصة ($٩٠^\circ, ٣٠^\circ, ٦٠^\circ$)

الأدوات : ورق رسم بياني ، مسطرة ، منقلة ، فرجار
الخطوات :

- ١- ارسم دائرة الوحدة على ورقة الرسم البياني.
- ٢- ارسم الزاوية $\angle A$ في وضع قياسي حيث $C(٢)$ و $B(٦٠)$.
- ٣- عين النقطة B (S ، C) النقطة المثلثية للزاوية $\angle A$.
- ٤- أسقط عموداً من B على AC ليقطعه في J .
- ٥- ما نوع المثلث $\triangle AJB$ و من حيث الأضلاع ومن حيث الزوايا.
- ٦- بدون استخدام الآلة الحاسبة أو جد S ، C ومن ثم أوجد $J(٦٠)$ ، $A(٩٠)$ ماذا تستنتج .
- كـرـرـ الخطـوات السـابـقـة لمـعـرـفـة النـسـبـ المـثـلـثـية لـلـزاـوـيـة ٣٠° وـسـجـلـ استـتـاجـكـ .

تـدـريـب ١

تابع خطوات النشـاط السـابـق وأوجـدـ النـسـبـ المـثـلـثـية لـلـزاـوـيـة ($٩٠^\circ, ٣٠^\circ, ٦٠^\circ$)

نتيجة

في المثلث القائم الزاوية : جا $\frac{3}{2} = \frac{1}{2}$ ، جتا $\frac{3}{2} = \frac{1}{2}$ ، ظا $\frac{3}{2} = \frac{1}{2}$
 جا $\frac{3}{2} = \frac{1}{2}$ ، جتا $\frac{3}{2} = \frac{1}{2}$ ، ظا $\frac{3}{2} = \frac{1}{2}$

مثال ١

بدون استخدام الآلة الحاسبة أوجد قيمة :

$$(1) 1 + 2 \text{ جتا } 60^\circ$$

$$(2) \text{جتا } 60^\circ \times \text{جتا } 30^\circ + \text{ظا } 45^\circ + \text{قا } 60^\circ$$



$$(1) 1 + 2 \text{ جتا } 60^\circ = 1 + 2 \left(\frac{1}{2} \right) = 2$$

$$(2) \text{جتا } 60^\circ \times \text{جتا } 30^\circ + \text{ظا } 45^\circ + \text{قا } 60^\circ = 2 + 1 + \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = 2$$

مثال ٢

أثبت أن $4 \text{ جا } 30^\circ \text{ جتا } 60^\circ - 2 \text{ جتا } 45^\circ = \text{صفر}$



$$\begin{aligned} \text{الطرف الأيمن} &= 4 \left(\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \right) - 2 \left(\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \right) \\ &= \frac{1}{2} \times 2 - \frac{1}{4} \times 4 = \\ &= 1 - 1 = \text{صفر} = \text{الطرف الأيسر} \end{aligned}$$

تدريب ٢

أوجد قيمة :

$$4 \text{ جا } 30^\circ \text{ جتا } 60^\circ - 2 \text{ جتا } 45^\circ \times \text{جا } 60^\circ \times \text{جتا } 30^\circ$$

تدريب ٣

أثبت أن :

$$\begin{aligned} (a) \text{ جا } 30^\circ \text{ جتا } 60^\circ + \text{جا } 45^\circ \text{ جتا } 45^\circ &= \frac{3}{4} \\ (b) \text{ جا } 2^\circ + \text{جتا } 2^\circ - \text{جتا } 60^\circ - \text{جا } 60^\circ &= \text{صفر} \\ (c) \text{ جا } 2^\circ + \text{جا } 30^\circ &= 1 \end{aligned}$$

العلاقة بين النسب المثلثية للزوايا المكملتين Complementary Angle

- ارسم المثلث D هـ س القائم الزاوية في \hat{D} .

- ما العلاقة بين قياسي الزوايا \hat{H} ، \hat{S} .

- أوجد النسب المثلثية للزاوية \hat{H} والزاوية \hat{S} بدلالة أضلاع المثلث.

- أكتب العلاقة المستنجة بين :

- أ) جا H ، جتا S ب) جتا H ، جا S ج) ظا H ، ظتا S د) ظتا H ، ظاس

تدريب ٤

أجب عملي :

أ) إذا كان جا $S = \frac{1}{5}$ فما قيمة جتا $(90^\circ - S)$.

ب) إذا كان جتا $S = \frac{3}{9}$ فما قيمة جا $(90^\circ - S)$.

ج) إذا كان ظا $S = 5$ فما قيمة ظتا $(90^\circ - S)$.

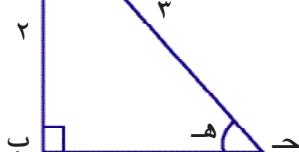
نتيجة

١) جيب أي زاوية يساوي جيب تمام متممها والعكس صحيح جا $S = \text{جتا } (90^\circ - S)$

٢) ظل أي زاوية يساوي ظل تمام متممها والعكس صحيح ظا $S = \text{ظتا } (90^\circ - S)$

مثال ٤

إذا علمت أن H زاوية حادة وكانت جتا $(90^\circ - H) = \frac{2}{3}$ فأوجد جا H ، ظا H .



$$\text{جا } H = \text{جتا } (90^\circ - H)$$

$$\text{جا } H = \frac{2}{3}$$

لإيجاد ظا H نرسم $\triangle PAB$ بحيث يكون $PB = 2$ ، $PA = 3$ ، $AB = 4$.

$$\therefore \text{بـ جـ} = \frac{2}{5\sqrt{7}} , \text{ ظـاـ } H = \frac{4}{5\sqrt{7}}$$

تدريب ٥

إذا كانت جتا $S = \frac{13}{7}$ فأوجد جتا $(90^\circ - S)$ ، ظا $(90^\circ - S)$

١) تحقق من أن :

$$\frac{1}{2} = \frac{\overset{٩٠}{\text{ظا}} \overset{٤}{\text{جا}} \overset{٩٠}{\text{جا}}}{\underset{١}{\text{جتا}} \underset{٢}{\text{جا}}}$$

٢) زاوية حادة قياسها α ، حيث $\text{جتا } \alpha = \frac{4}{5}$ ، احسب قيم النسب المثلثية للزاوية ($90^\circ - \alpha$).

٣) إذا كان $\text{ظا } \alpha = \frac{2}{5}$ فما قيمة النسبة :

$$\frac{\text{جا } \alpha + \text{جتا } \alpha}{\text{جتا } \alpha - \text{جا } \alpha}$$

٤) إذا كان $\text{جتا } \alpha = \frac{1}{5}$ ، فاحسب قيم النسب المثلثية الأخرى لهذه الزاوية،

$$\text{ثم أوجد قيمة المقدار } \frac{\text{قتا } (90^\circ - \alpha) \text{قا } (90^\circ - \alpha)}{\text{ظتا } \alpha} + 2 \text{جا } 2^\circ \alpha$$

٥) إذا كان $\text{ظا } 31^\circ = 0.6$

فاحسب قيم النسب المثلثية الأخرى لهذه الزاوية وقيم النسب المثلثية للزاوية المتممة لها.

٦) بدون استخدام الآلة الحاسبة أحسب قيمة كل مما يأتي:

أ) $4 \text{جتا } 60^\circ - 2 \text{ظا } 5^\circ$

ب) $\text{جا } 2^\circ 30^\circ + \text{جتا } 2^\circ 30^\circ - \text{جتا } 180^\circ - \text{جا } 2^\circ 180^\circ$

ج) $(3 \text{قا } 180^\circ + 3 \text{قتا } 90^\circ)^2 - (2 \text{قا } 270^\circ + 3 \text{قا } 90^\circ)^2$

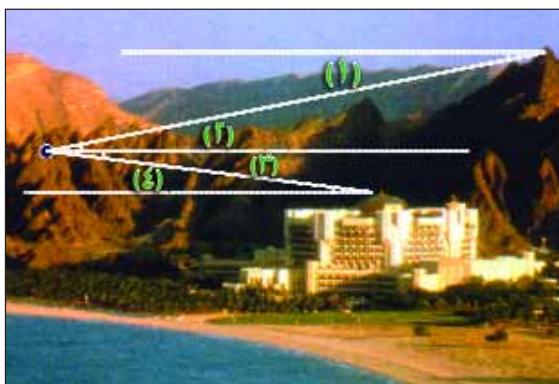
٧) إذا كان $\text{جا } (180^\circ - 2s) = \text{جتا } (60^\circ - s)$ أوجد قيمة s

علمًا بأن s زاوية حادة.

زوايا الارتفاع والانخفاض Elevation Angles and Depression



الشكل المقابل يمثل محمدًا وهو يرصد صديقه مازن داخل المنطاد (موقع مازن أعلى من موقع محمد). يصنع الشعاع الوارد من المنطاد إلى عين محمد مع خط الأفق عند العين زاوية تسمى زاوية ارتفاع بينما عندما ينظر مازن وهو داخل المنطاد إلى صديقة محمد فإن الزاوية المكونة بين الخط الأفقي (خط البصر) والخط المستقيم المار بين عين مازن و محمد تسمى زاوية انخفاض.



تدريب ١

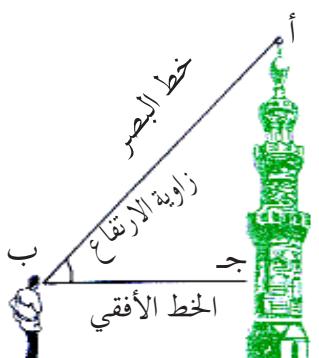
من الشكل المقابل حدد أي زاوية من الزوايا الممثلة بالشكل تمثل زوايا ارتفاع وأيها تمثل زوايا انخفاض.

مثال ١

يقف حامد على بعد ٢١ متراً من قاعدة مئذنة فإذا كان قياس زاوية ارتفاع قمة المئذنة ٦٥° فأوجد :

أ) ارتفاع المئذنة.

ب) بعد حامد عن قمة المئذنة.



$$\text{أ) } \text{زا} ٦٥^\circ = \frac{\text{ارتفاع المئذنة}}{\text{بعد حامد عن قاعدة المئذنة}} = \frac{\text{ارتفاع المئذنة}}{٢١}$$

$$\text{ارتفاع المئذنة} = \text{زا} ٦٥^\circ \times ٢١ = ٤٥ \text{ مترًا}$$

$$\text{ب) جتا} ٦٥^\circ = \frac{\text{بعد حامد عن قاعدة المئذنة}}{\text{بعد حامد عن قمة المئذنة}}$$

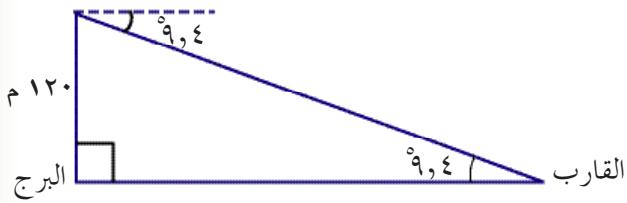
$$\text{بعد حامد عن قمة المئذنة} = \frac{٢١}{\text{جتا} ٦٥^\circ} = ٥ \text{ مترًا}$$

تدريب ٢

يعد شخص عن قلعة نزوى بقدار ٥٣ مترًا وهو يرصد قمة القلعة فإذا كان ارتفاع القلعة ٣٤ مترًا أوجد زاوية ارتفاع قمة القلعة .

مثال ٢

من قمة برج ارتفاعه ١٢٠ م كان قياس زاوية انخفاض قارب على سطح البحر يساوي $4^\circ 9,4$ أوجد بعد القارب عن قاعدة البرج.



$$\text{ظل } 4^\circ 9,4 = \frac{\text{ارتفاع البرج}}{\text{بعد القارب عن قاعدة البرج}}$$

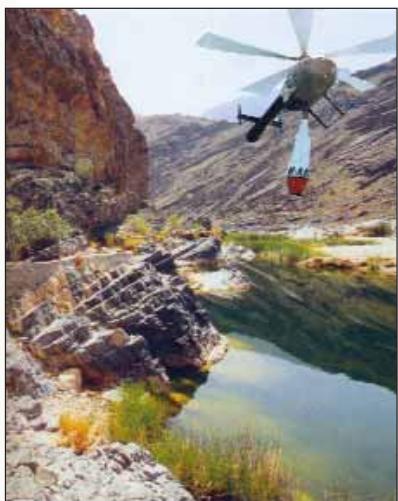
$$\text{بعد القارب عن قاعدة البرج} = \frac{120}{\text{ظل } 4^\circ 9,4} = 724,86 \text{ م}$$

تدريب ٣

عندما كانت إحدى الطائرات تحلق فوق موقع في أحد الأودية شاهد قائدها أشخاصاً يتحجّزهم الوادي على الضفة الأخرى بزاوية انخفاض قياسها 30° فإذا كانت الطائرة على ارتفاع ١٠٠٠ متر عن الموقع احسب :

أ) بعد الطائرة عن موقع الأشخاص في تلك اللحظة.

ب) بعد موقع الطائرة على الأرض المستوية عن موقع الأشخاص.



مثال ٣

رصد خالد قياس زاوية ارتفاع منزله فوجد أن قياسها $0^\circ 5$ وعندما سار مبتعداً عن المنزل مسافة ٥٥ متراً. رصد قياس زاوية ارتفاع المنزل مرة أخرى فوجدها $0^\circ 4$ أوجد :

أ) بعد نقطة الرصد الأولى عن المنزل .

ب) أقصى بعد يمكن أن يصل إليه خالد لتصبح زاوية ارتفاع المنزل $0^\circ 2$.



أ) بفرض أن المسافة المطلوب ايجادها هي f كما في الشكل الموضح.

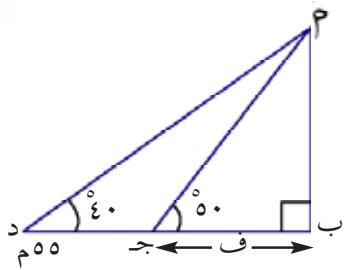
$$\text{ظل } 0^\circ 5 = \frac{f}{55+5} \Leftrightarrow 5 = f \times (0^\circ 5 + 1) \quad (1)$$

$$\text{ظل } 0^\circ 4 = \frac{55+5}{f} \Leftrightarrow 55+5 = f \times 0^\circ 4 \quad (2)$$

من (1) ، (2)

$$f \times 0^\circ 5 = f \times 0^\circ 4 \times (55+5)$$

$$\therefore f = \frac{f}{0^\circ 4} = \frac{55+5}{0^\circ 4}$$



$$\begin{aligned} \therefore \frac{ف}{ف+٥٥} &= ٧,٧ \\ ف+٥,٧ &= ف \quad \text{لماذا؟} \\ \therefore ف = ٣٨,٥ &\iff ف = ١٢٨,٣ \end{aligned}$$

ب) نفرض أن أقصى بعد يصل اليه خالد ب ه

$$\therefore \frac{ب}{ب_ه} = ٢٠^\circ$$

$$\text{وحيث أن } \frac{ب}{ب_د} = ٤٠^\circ$$

$$\therefore ب_د = ١٨٣,٤ \text{ م لماذا؟}$$

$$\therefore ب = ١٥٣,٣ \text{ م}$$

$$\therefore \frac{ب}{ب_ه} = ٢٠^\circ$$

$$\therefore ب_ه = ٤٢١,٢ \text{ م}$$

تدريب

أراد سامي أن يقيس ارتفاع مبني مدرسته فوجد أن قياس زاوية ارتفاع قمة المدرسة من على سطح الأرض ٦٠° ومن نقطة تقع على الدور الأول من المدرسة والذي يرتفع عن سطح الأرض بمقدار ١٠ متر وجد أن زاوية ارتفاع قمة المدرسة ٥٤° أوجد إرتفاع مبني المدرسة لأقرب متر.

١) من نقطة تبعد ٣ متر عن قاعدة منزل ارتفاعه ٦ أمتار رصدت قمة المنزل ارسم شكلاً بين زاوية ارتفاع قمة المنزل ثم احسب قيمة تلك الزاوية.

٢) أقلعت طائرة من مطار السيب الدولي في اتجاه شرق الشمال بزاوية ٥٠° وسارت مسافة ٩٠ كم احسب عند هذه اللحظة :

أ) كم تبعد عن اتجاه الشمال المار في المطار .

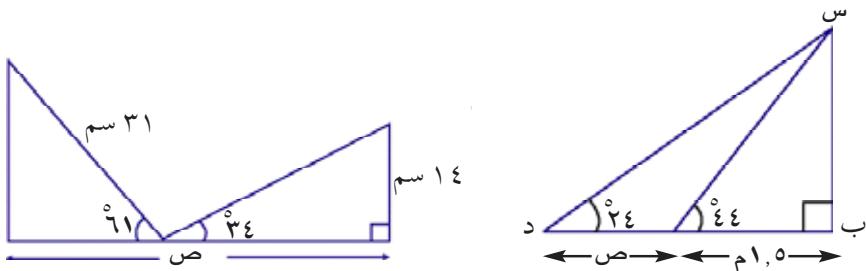
ب) كم تبعد عن اتجاه الشرق المار في المطار .

٣) يستند سلم طوله ٤ أمتار بطرفه الأعلى على حائط رأسي فإذا كان بعد قاعدة السلم عن الحائط ١,٥ مترًا فأوجد :

أ) ارتفاع قمة السلم .

ب) قياس الزاوية التي يصنعها السلم مع الحائط .

٤) عين ص في كل من الأشكال التالية :



٥) من فوق صخرة ارتفاعها عن سطح البحر ٥ م رصد رجل سفينة رأسية في البحر فوجد أن قياس زاوية انخفاضها ٢٠° فأجد :

أ) بعد السفينة عن قاعدة الصخرة .

ب) بعد السفينة عن قمة الصخرة .

٦) تسير سيارة بسرعة ثابتة مقتربة من مبني ارتفاعه ١٨٠ م فإذا كان قياس زاوية ارتفاع المبني في لحظة ما ٤٧° وكان قياس زاوية ارتفاع المبني نفسه بعد مرور ٣ ثوان يساوي ٥٧° فاحسب سرعة السيارة.

٧) رصد رجل من على طائرة مروحية ارتفاعها ٢٠٠٠ م عن سطح البحر سفينتين ووجد أن قياس زاوية انخفاض أحدهما ٢٤° والأخرى ٣٧° ، فإذا كان موقع الطائرة على سطح البحر عمودي على المستقيم الأفقي الواصل بين السفينتين فأوجد بعد بينهما.

اعتبر المعادلة $\sin 2 - \sin = 15$
 هل المعادلة صحيحة لجميع قيم \sin التالية ، ، ، ،
 اعتبر المعادلة حتى $\sin 2 = 1$
 استبدل \sin بالقيم التالية : ، ، ،
 هل المعادلة صحيحة لجميع القيم المعطاة ؟



المعادلة هي عبارة رياضية تكون صحيحة لبعض قيم المتغير وغير صحيحة لقيم أخرى وتسمى مجموعة القيم التي تجعل العبارة صحيحة بمجموعة حل المعادلة.

مثال ١

أو جد قيم \sin التي تتحقق المعادلات الآتية علمًا بأن $0^\circ < \sin < 360^\circ$:

أ) $\sin 2 - \sin 1 = 1$

ب) $\sin 1 - \sin 0 = 0$



$$\begin{aligned} \text{أ) } \sin 2 - \sin 1 &= 1 \\ \text{ب) } \sin 1 - \sin 0 &= 0 \\ \text{ج) } \sin 1 &= 1 \\ (\text{الزاوية } \sin \text{ زاوية رباعية}) \\ \therefore \sin &= 270^\circ \end{aligned}$$

ب) $\sin 1 - \sin 0 = 0$

$$\begin{aligned} \sin 1 &= 1 \\ \therefore \sin &= 45^\circ, 225^\circ \end{aligned}$$

تدريب ١

أو جد مجموعة حل المعادلات التالية علمًا بأن $0^\circ < \sin < 360^\circ$:

أ) $\sin^2 \sin = 1$

ب) $(\sin 2 - \sin 30^\circ)(\sin 1) = 0$

$$\text{ج) } \sin 2 - \frac{1}{\sin 1} = 0$$

والآن تأمل العبارة التالية :

$$3 = 3 + s + 1$$

استبدل قيمة s بالقيم $0, 1, 2, \dots, 3$.

هل العبارة صحيحة لجميع القيم المعطاة؟ ..

والأن اعتبر العبارة $\frac{1}{1 - x} = \frac{x}{x - 1}$

استبدل قيمة x بالقيم $0, 1, 2, \dots, 60$.

هل العبارة صحيحة لجميع القيم المعطاة؟



المطابقة هي عبارة رياضية صحيحة لجميع قيم المتغير الحقيقية

مثال ٢

أثبت أن :

$$\text{أ) } \frac{1}{1 - x} = \frac{x}{x - 1}$$

$$\text{ب) } \frac{x}{1 - x} = \frac{1}{x - 1} + \frac{x}{1 - x}$$



$$\text{أ) الطرف الأيمن} = \frac{1}{1 - x} \times \frac{x}{x - 1} = \frac{1}{x - 1}$$
$$\text{الطرف الأيسر} = \frac{1}{x - 1} = \frac{1}{1 - x}$$

ب) الطرف الأيمن :

$$\frac{1}{1 - x} = \frac{(1 - x)(1 + x)}{1 - x} = \frac{1 - x^2}{1 - x}$$

$$= 1 + x = \text{الطرف الأيسر}$$

تدريب ٢

أثبت صحة ما يلي :

$$\text{ظاس} + \frac{1}{\text{ظاس}} = \frac{1}{جاس جناس}$$

ćمارين ومسائل ٦

١- أثبت صحة المعادلات التالية بدون استخدام الآلة الحاسبة :

أ) $\sqrt{5^4 + 30} + جا\ ٣٠ = ٦٠$

ب) $(جا\ ٥٤ قا\ ٤٥ + ظتا\ ٣٠)^٢ = ١٦$

ج) $جا\ ٦٠ = ٢ جا\ ٣٠ جتا\ ٣٠$

د) $٣ جا\ ٦٠ - ٤ جا\ ٣٠ = \frac{١}{٤}$

٢- أثبت صحة المتطابقات التالية :

أ) $\frac{\text{ظا}\ ٢\ س}{\text{ظا}\ ١\ س} = جا\ ٢\ س$

ب) $(جا\ س + جتا\ س)^٢ = ٢+١ جا\ س جتا\ س$

ج) $جتا\ ٢\ ب = (١ - جا\ ب)(١ + جا\ ب)$

د) $جتا\ ج + جا\ ج \cdot \text{ظا}\ ج = \frac{١}{جتا\ ج}$

هـ) $قا\ ٢\ س + قتا\ ٢\ س = \frac{١ + \text{ظتا}\ ٢\ س}{جتا\ ٢\ س}$

و) $\sqrt{جا\ ٣٠ جتا\ ٣٠} = جا\ ٣٠$

٣- حل المعادلات المثلثية التالية علماً بأن $٠ < ه < ٣٦٠$

أ) $٢ جا\ ه - ١ (٢ جتا\ ه - ١) = ٠$

ب) $٢ جا\ ٣\ ه - جا\ ه = ٠$

ج) $جتا\ ٢\ ه - ٦ جتا\ ه + ٥ = ٠$

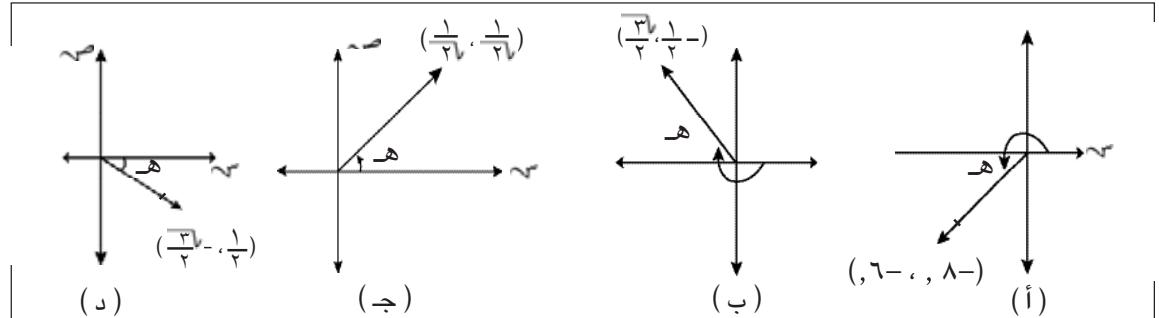
د) $جتا\ ٢\ ه - جا\ ٣\ ه = ١$

هـ) $٢ جا\ ه - جتا\ ٣\ ه = ٢$

و) $قا\ س + ٢ جتا\ س = ٣$

ي) $\sqrt{٣٨ - ظا\ س} = ١$

أ) أوجد النسب المثلثية للزاوية التي قياسها h كما في الأشكال الآتية :



ب) حل المعادلات الآتية :

$$\begin{aligned} & \text{أ) } 2 \operatorname{ظا} h = 4 \\ & \text{ب) } 4 \operatorname{جتا} h + 3 = 2 \\ & \text{ج) } 2 \operatorname{جتا} s + 3 = \operatorname{صفر} \\ & \text{هـ) } 2 \operatorname{جتا} s - 1 = (2 \operatorname{جتا} s + 1) \operatorname{صفر} \end{aligned}$$

ج) حل إلى العوامل :

$$\begin{aligned} & (1) 2 \operatorname{جتا}^2 s - \operatorname{جاس} - 1 \\ & (2) 2 \operatorname{جتا}^2 s + \operatorname{جاس} - 1 \end{aligned}$$

د) استخدم ما توصلت إليه في (أ) في حل المعادلات المناظرة حيث : $s = 360^\circ$

د) أثبت صحة ما يلي :

$$\begin{aligned} & \text{أ) } \frac{1 - \operatorname{جاس}}{\operatorname{جاس}} = \frac{\operatorname{جاس}}{1 + \operatorname{جاس}} \\ & \text{ب) } \frac{1}{1 + \operatorname{جاس}} = \frac{1}{\operatorname{جاس}} - \frac{1}{\operatorname{ظاس}} \\ & \text{ج) } \frac{\frac{\operatorname{ظاس}}{1 - \operatorname{جاس}}}{\frac{\operatorname{جاس}}{1 + \operatorname{جاس}}} = \frac{\frac{1 - \operatorname{جاس}}{\operatorname{جاس}}}{\operatorname{ظاس}} \end{aligned}$$

هـ) قيس طول ظل بناية عندما كانت زاوية ارتفاع الشمس 30° ثم أعيد القياس عندما كانت زاوية ارتفاع الشمس 60° وكان الفرق بين القياسين 54 مترًا أوجد ارتفاع البناء.

٦) يقع عمود إنارة بين سيارتين تبعدان عن بعضهما ١٠٠ متر فإذا كانت السيارة على يمين العمود تصنع زاوية انخفاض مع قمة العمود 78° ووجد أن زاوية ارتفاع قمة العمود عند السيارة الأخرى على جهة اليسار 62° فما ارتفاع هذا العمود.

٧) إذا كان جتا $h = 3$, فاحسب قيم النسب المثلثية للأخرى لهذه الزاوية وقيم النسب المثلثية للزاوية المتممة لها.

٨) إذا علمت أن جتا $13 = 4$ ، حيث 4 زاوية حادة موجبة أحسب قيمة $\cot 4 + \tan 4$

٩) إذا علمت أن $\csc S = \frac{7}{3}$ فارسم الزاوية S بوضع قياسي في دائرة الوحدة ثم أوجد باقي النسب ومقلوباتها.

١٠) $\cot B = \cot C$ مثلث قائم في B . أثبت أن :

$$A) \cot B = \cot C \text{ جتا } 4$$

$$B) B \cot C = C \cot B \text{ جام } 4$$

١١) أراد أحد الجنود أن يعبر نهرًا سباحةً حتى يصل إلى كتيبته على الضفة الثانية ، ولكن قبل أن يعبر أراد أن يعرف عرض النهر حيث أنه لا يستطيع أن يسبح أكثر من ٥٠ متراً فصعد إلى قمة شجرة ارتفاعها ٤٠ متراً ووجد أن قياس زاوية انخفاض الحجر (ب) على حافة الضفة البعيدة يساوي 20° وأن قياس زاوية انخفاض الحجر (ج) على الحافة القرية يساوي 45° فإذا علم أن الحجرين ب ، ج وقاعدة الشجرة على استقامة واحدة أوجد عرض النهر.

١٢) طارت طائرة عمودية رأسياً إلى أعلى بسرعة منتظمة وأراد أحد العاملين القريبين من موقع طيرانها معرفة سرعتها حيث وجد بعد لحظات من طيرانها أن قياس زاوية ارتفاعها 15° وبعد دقيقتين وجد أن قياس زاوية ارتفاعها 33° فإذا كان الشخص يقف على بعد ١٠٠٠ متر من موقع اقلاعها أوجد سرعة الطائرة.

الوحدة الثامنة



التخطيط المالي للإيرادات والإنفاق



- ١) التعرف على مفهوم الموازنة .
- ٢) تحديد بنود الموازنة وحسابها .
- ٣) استقصاء الخطوط العريضة لإعداد موازنة .
- ٤) وضع خطة موازنة اعتماداً على نسب مئوية للإنفاق في مختلف الفئات .
- ٥) التعرف على بعض المفاهيم المتعلقة بالموازنة : الدخل ، الاستهلاك ، الضريبة.
- ٦) حساب الجزء الذي صرف على كل فئة من إجمالي الدخل باستخدام النسب المئوية .
- ٧) عمل رسم بياني يوضح أرقام الميزانية يدوياً أو باستخدام برمجيات مناسبة .



الموازنة Budget

نشاط عمل موازنة

الأدوات : ورق ، قلم ، آلة حاسبة

الخطوات : العمل في مجموعات

تقوم كل مجموعة باختيار أسرة لأحد أفرادها ، للقيام بما يلي :

١) تقدير المصاريف الشهيرية (المتوقعه) مثلاً :

- سداد الفواتير (كهرباء ، ماء ، ... الخ)

- المأكولات والمشرب

- أي مصاريف أخرى

- الملبس

٢) تقدير مصادر الدخل الشهري (الإيرادات) للأسرة (رواتب ، أي مصادر أخرى) .

٣) تصميم جدول يتضمن تصنیف المعلومات السابقة كالآتي :

البيان	التقديرات بالريال العماني
أولاً: مصادر الدخل - الرواتب	
إجمالي مصادر الدخل	
ثانياً: الإنفاق فمثلاً : - سداد الفواتير (الكهرباء ، ... الخ)	
إجمالي الإنفاق	

٤) قارن بين إجمالي الدخل (الإيرادات) وإجمالي الإنفاق للأسرة (المصاريف) . ماذا تلاحظ؟

٥) هل تستطيع عمل خطة لأسرتك لفترة أطول من ذلك؟

٦) من خلال الخطوات السابقة عرف الموازنة من وجهة نظرك .

ضع خطة موازنة لافتتاح محل يقوم بتصوير الأوراق والكتابة على الكمبيوتر موضحاً المصروفات التقديرية (المتوقعة) وكيف يمكن توفير المبالغ لعمل المشروع .

ما سبق لعلك لاحظت بأن الموازنة (بالنسبة للأفراد أو الأسر) هي عبارة عن مخطط تدريسي للإيرادات (مصادر الدخل) والنفقات (المصروفات) يضعها الأفراد أو الأسر لفترة زمنية قادمة، لتنظيم شؤون حياتهم وتحقيق أهدافهم ورغباتهم، أما بالنسبة لمفهوم الموازنة في الدولة لا يختلف كثيراً من حيث التصميم في صورة جدول، وإنما تختلف كثيراً من حيث البناء فعندما ترسم الموازنة العامة للدولة يبدأ بتقدير المصروفات (جوانب الإنفاق) أولاً وعلى ضوئها يتم وضع خطة لتوفير الإيرادات الالزمة لتمويل الموازنة .

الموازنة العامة للدولة للعام ٢٠٠٢م

البيان	التقديرات بالمليون	البيان	التقديرات بالمليون
المساهمات ودعم القطاع الخاص: ١٩) دعم القروض الميسرة للقطاع الصناعي والسياحي . ٢٠) دعم قوائد القروض الاسكانية . ٢١) دعم القروض الميسرة للقطاعات الزراعية والاسماك والصحة والتعليم والحرف ٢٢) مساهمات في مؤسسات محلية واقليمية ودولية . ٢٣) احتياطي .	٥٥٢٨٦٤	أولاً: الإيرادات: ١) صافي إيرادات النفط . ٢) إيرادات الغاز الطبيعي . ٣) إيرادات جارية أخرى . ٤) إيرادات رأسمالية . ٥) استردادات رأسمالية . ٦) إجمالي الإيرادات (٥+٤+٣+٢+١)	١٨١٩٨٣٥٧٩٥٤
(٢٤) جملة المساهمات ودعم القطاع الخاص (٢٣+٢٢+٢١+٢٠+١٩)	٢٨٧٠	ثانياً: الإنفاق العام: المصروفات الجارية: ٧) الدفاع والأمن القومي . ٨) الوزارات المدنية . ٩) قوائد على القروض . ١٠) حصة الحكومة في المصروفات الجارية لشركة تنمية نفط عمان . ١١) جملة المصروفات الجارية (١٠+٩+٨+٧)	٢٤٩٠
(٢٥) إجمالي الإنفاق العام (٢٤+١٨+١١)	(٣٨٠)	المصروفات الاستثمارية: ١٢) المصروفات الإنقائية للوزارات المدنية . ١٣) حصة الحكومة في المصروفات الرأسمالية لشركة تنمية نفط عمان . ١٤) المصروفات الرأسمالية للوزارات المدنية . ١٥) مصروفات التقسيب عن الغاز الطبيعي . ١٦) برنامج تنمية الموارد البشرية . ١٧) تكلفة شراء ونقل الغاز . ١٨) جملة المصروفات الاستثمارية (١٧+١٦+١٥+١٤+١٣+١٢)	٨٧١١١٥٠١١٠٨٦
(٢٦) العجز الجاري (٢٥-٦)		٢٢١٧	
ثالثاً: وسائل التمويل: ٢٧) صافي المعونات . ٢٨) صافي الاقتراض: - القروض المتوقع استلامها . - القروض المتوقع سدادها .	٣٤٠(٣٤٠)	٢٨٠٢١٨١٤١٢٣٥٣٠	
٢٩) صافي حصيلة اصدار السنادات الحكومية . - السنادات المتوقع سدادها . - السنادات المتوقع سدادها .	١٣١(١٤٧)		
(٣٠) السحب من صندوق الاحتياطي العام للدولة .	٣٨٠		
(٣١) جملة وسائل التمويل (٣٠+٢٩+٢٨+٢٧)		٥٨٩	

المصدر موقع وزارة المالية على شبكة الإنترنت

من خلال الجدول أجب عما يلي :

- كم يساوي إجمالي الإيرادات ؟
- مم تكون الموازنة ؟
- كم يساوي إجمالي المصروفات الجارية ؟
- كم يساوي إجمالي المصروفات الاستثمارية (الرأسمالية) ؟
- كم يساوي إجمالي الإنفاق العام ؟

تدريب ٢

اذكر عدد من المشاريع الاقتصادية الحيوية التي قامت بها السلطنة بهدف التنويع والزيادة في مصادر الدخل .



الموازنة العامة للدولة : هي وثيقة رسمية تتضمن تقديرات النفقات الالزمة لتنفيذ برنامج الحكومة الشامل لجميع النشاطات ، وتقدير الإيرادات الالزمة لتغطية هذه النفقات ووسائل تمويلها خلال سنة مالية قادمة .

تدريب ٣

- ١) ناقش زملاءك في التعريف السابق واستنتاج من خلاله الملامح التي تميز بها الموازنة .
- ٢) من خلال النشاط السابق أجب عما يلي :
 - أ) إذا زاد إجمالي الإيرادات على إجمالي المصروفات ، ماذا تقترح للأسرة العمل بهذا المبلغ
 - ب) إذا نقص إجمالي الإيرادات على إجمالي المصروفات ، ماذا تقترح للأسرة العمل لتغطية النقص.
 - ج) ناقش العمل المنجز مع بقية المجموعات .

لاحظ :

إذا كان إجمالي الإيرادات $>$ إجمالي المصروفات يقال بأنه يوجد فائض في الموازنة ،
وإذا كان إجمالي الإيرادات $<$ إجمالي المصروفات يقال بأنه يوجد عجز في الموازنة.

مثال ١

- إرجع إلى نموذج الموازنة العامة للدولة للعام ٢٠٠٢م ثم أجب عما يأتي :
- ١) أوجد الفرق بين إجمالي كل من الإيرادات والإنفاق العام
 - ٢) ماذا يسمى هذا الفرق ؟
 - ٣) ما وسائل التمويل لمعالجة العجز الحاصل في الموازنة؟



- ١) الفرق بين إجمالي الإيرادات وإجمالي الإنفاق = إجمالي الإيرادات - إجمالي الإنفاق العام

$$2870 - 2490 = 380 - =$$
- ٢) إجمالي الإيرادات إجمالي الإنفاق العام .
 \therefore يوجد عجز في الموازنة مقداره = ٣٨٠ مليون ريال .
- ٣) - المعونات - السندات الحكومية - الإقتراض - السحب من صندوق الاحتياطي العام للدولة



* يمتلك أحمد مشروعًا لبيع المواد الغذائية حيث يحقق دخلاً وقدره ٤٠٠٠ ريال عماني في نهاية العام الأول للإنشاء ، فإذا كان دخل المشروع يزداد بمعدل ٦٪ سنويًا من دخل نهاية السنة السابقة لها مباشرة ، ساعد أحمد للقيام بحساب جملة دخل المشروع للخمس أعوام الأولى من الإنشاء.

مثال ٢

يعمل أحمد بوظيفة مهندس بإحدى المصانع مقابل راتب شهري مقداره ٦٠٠ ريال عماني صافي الاستقطاعات الآتية من الراتب الإجمالي :

٣٪ الهاتف	٥٪ للنقل
٢,٥٪ للماء	٢,٥٪ الكهرباء

- ١) كون صيغه جبرية تسمح بالانتقال من الأجر الصافي إلى الأجر الإجمالي .
- ٢) احسب إجمالي الراتب الشهري لأحمد .



$$\begin{aligned} 1) \text{ نفرض أن } S &= \text{صافي الراتب} \\ &= \text{الراتب الإجمالي} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} S &= S - (S \times 0,05 + S \times 0,03 + S \times 0,025 + S \times 0,025) \\ S &= S - (0,13)S \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} S &= 0,87S \quad \text{أي أن } (\text{صافي الراتب لأحمد} = \text{إجمالي الراتب} \times 0,87) \\ 2) \quad S &= 600 \text{ ريال عماني} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} S &= 0,87S \\ S &= 600 \div 0,87 \end{aligned}$$

$$= 689,66 \text{ ريال عماني}$$

الاستهلاك (Consumption)

- * يعمل كل من سعيد وعلي بإحدى مؤسسات القطاع الخاص حيث يستهلك سعيد ثلاثة أرباع راتبه الشهري بينما يستهلك علي نصف الراتب . ناقش زملاءك في الإجابة عن ما يأتي :
- ١) اكتب العوامل التي يمكن أن تكون سبباً لاختلاف نسبة استهلاك كل من سعيد وعلي .
 - ٢) إذا أراد سعيد شراء سيارة أو بناء منزل ، فهل تتوقع أن يستمر سعيد على نفس نسبة الاستهلاك من راتبه .
 - ٣) ناقش زملاءك في العوامل الشخصية الأخرى التي تؤثر على الاستهلاك .

دالة الاستهلاك Consuming Function: ويقصد بها أنه كلما زاد الدخل زاد الإنفاق الاستهلاكي ولكن بنسبة أقل وتسمى العلاقة بين الزيادة في الإنفاق على الاستهلاك وبين الزيادة في الدخل بـ (الميل الحدي للاستهلاك).

الميل الحدي للاستهلاك = التغير في الاستهلاك ÷ التغير في الدخل
ويتمكن التعبير عنه بالرموز :

$$م ح = \frac{\Delta س}{\Delta د} \text{ حيث: } م: \text{الميل الحدي للاستهلاك} , \Delta س: \text{التغير في الاستهلاك} , \Delta د: \text{التغير في الدخل}$$

تدريب ٤

أنقل المدول الآتي في دفترك ثم عوض عن القيمة المجهولة بما يناسب :

م	التغير في الدخل ($\Delta د$)	الميل الحدي للاستهلاك ($\Delta س$)	النحوين
١	٤٠٠	٣٠٠	(م ح)
٢	٤٠٠	(س Δ)	٠,٧٥
٣	(د Δ)	٣٠٠	٠,٣٧٥
٤	٤٠٠	(س Δ)	٠,٥

مثال ٣

ازداد الدخل السنوي لشخص ما بمقدار ٥٠٠ ريال عماني مما أدى إلى الزيادة في الإنفاق الاستهلاكي عند الشخص بمقدار ٣٠٠ ريال عماني ، أوجد الميل الحدي للاستهلاك .



$$\text{الميل الحدي للاستهلاك} = \frac{\Delta س}{\Delta د} = \frac{٣٠٠}{٥٠٠} = \% ٦٠$$

إذا كان الميل الحدي لاستهلاك حمد يساوي ٧١٪ فأوجد مقدار الإنفاق الاستهلاكي الناتج من ازدياد الدخل السنوي له بمقدار ٧٠٠ ريال عماني .

مثال ٤

المجدول الآتي يوضح متوسط الاستهلاك الشهري واستهلاك المأكولات للأسر العمانية :

متوسط حجم الأسرة	إجمالي الاستهلاك بالريال	استهلاك المأكولات بالريال
٨,٥	٤٩٧	١٦١

(وزارة الاقتصاد الوطني ١٩٩٩/٢٠٠٠م)

أ) احسب نصيب كل فرد في الأسرة من :

- إجمالي الاستهلاك
- استهلاك المأكولات

ب) احسب نسبة استهلاك المأكولات إلى إجمالي الاستهلاك .



(أ)

$$\text{نصيب الفرد من إجمالي الاستهلاك} = \frac{\text{إجمالي الاستهلاك}}{\text{متوسط حجم الأسرة}}$$

$$\frac{497}{8,5} =$$

$$58,5 \text{ ريال عماني .}$$

$$\text{نصيب الفرد من استهلاك المأكولات} = \frac{\text{استهلاك المأكولات}}{\text{متوسط حجم الأسرة}}$$

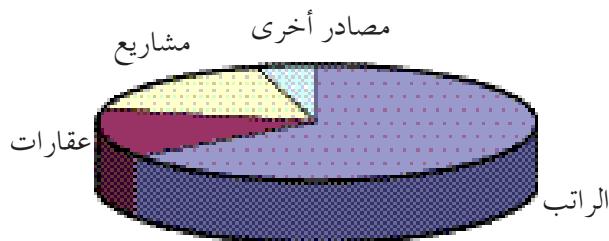
$$\frac{161}{8,5} =$$

$$18,9 \text{ ريال عماني .}$$

ب) (ترك للطالب) .

الناتج المحلي الإجمالي (GDP)

الشكل الآتي يمثل مصادر الدخل الشهري لأسرة محمد ، كما هو موضح :



- * قارن بين مقدار الدخل لكل من العقارات والمشاريع ، فسر ذلك .
- * فكر في تسمية مجموعة دخول جميع الأسر العمانية داخل البلد.

تعريف

الناتج المحلي الإجمالي (GDP) : هو المجموع السنوي لكافة المشتريات التي يقوم بها المستهلكون والمستثمرون والحكومة والمقيمين من السلع والخدمات المنتجة في الوقت الحاضر .

ويعرف على أنه الإنتاج الذي يتم داخل حدود الدولة الجغرافية سواء كان الشخص الذي أنتجه مواطن أم وافد .

كيفية حساب الناتج المحلي الإجمالي :

يتم حساب الناتج المحلي الإجمالي بتكلفة عوامل الإنتاج وفقاً للمعادلة الآتية :

$$\text{الناتج المحلي الإجمالي} = \text{الاستهلاك} + \text{إجمالي الاستثمار} + \text{المشتريات الحكومية} + (\text{ال الصادرات} - \text{الواردات}) .$$

مثال ٥

احسب الناتج المحلي الإجمالي من خلال البيانات الآتية :

مليون ريال

المشتريات الحكومية	٣٥,٠٠٠
ال الصادرات	٤,٠٠٠
الواردات	٠,٥٠٠
الاستهلاك	٣,٠٠٠
إجمالي الاستثمار	٢,٥٠٠



الناتج المحلي الإجمالي

$$\begin{aligned}
 &= \text{الاستهلاك} + \text{إجمالي الاستثمار} + \text{المشتريات الحكومية} + (\text{ال الصادرات} - \text{الواردات}) \\
 &= ٣,٠٠٠ + ٢,٥٠٠ + ٣٥,٠٠٠ + (٤,٠٠٠ - ٠,٥٠٠) \\
 &= ٤٤,٠٠٠ \text{ مليون ريال}.
 \end{aligned}$$

تدريب ٦

احسب الناتج المحلي الإجمالي من خلال البيانات الآتية :

	مليون ريال
المشتريات الحكومية	٩٠,٠٠٠
ال الصادرات	١٢,٠٠٠
الواردات	١٦,٥٠٠
الاستهلاك	٩,٠٠٠
إجمالي الاستثمار	٢٢,٥٠٠

مثال ٦

إذا كان الناتج المحلي الإجمالي يقدر بـ ٨٤,٠٠٠ مليون ريال ، فأحسب قيمة المشتريات الحكومية من خلال البيانات الآتية :

	مليون ريال عُماني
المشتريات الحكومية	س
ال الصادرات	١٦,٠٠٠
الواردات	٤,٠٠٠
الاستهلاك	١٠,٠٠٠
إجمالي الاستثمار	٢٥,٠٠٠



الناتج المحلي الإجمالي

$$\begin{aligned}
 &= \text{الاستهلاك} + \text{إجمالي الاستثمار} + \text{المشتريات الحكومية} + (\text{ال الصادرات} - \text{الواردات}) \\
 &= ٨٤,٠٠٠ = ١٠,٠٠٠ + ٢٥,٠٠٠ + س + (٤,٠٠٠ - ١٦,٠٠٠) \\
 &= ٨٤,٠٠٠ = س + ٤٧,٠٠٠ \\
 س &= ٤٧,٠٠٠ - ٨٤,٠٠٠ \\
 س &= ٣٧,٠٠٠ \text{ مليون ريال}
 \end{aligned}$$

- ١) يضع أفراد أسرة أحمد في صندوق الصدقات ربع ما ينفقونه يومياً فإذا كان متوسط ما تنفقه هذه الأسرة يساوي ٥ ريال يومي، قدر ما يأتي :
- الإنفاق الشهري للأسرة
- ب) الدخل الشهري للأسرة (عُلِّمَ بِأَنَّ الْإِدْخَارَ الْيَوْمِيَ لِلْأُسْرَةِ = متوسط الإنفاق اليومي لها)
- ٢) إذا كانت الزيادة في الدخل السنوي لشخص ما = ١٠٠ ريال، والزيادة على الإنفاق من هذا الدخل الإضافي = ٧٠ ريالاً ، فأوجد الميل الحدي للاستهلاك .
- ٣) إذا كان دخل أحمد ٢٠٠ ريال وزاد دخله بمقدار ٥٠٪ في أحد الأشهر مما أدى إلى زيادة إنفاقه بمقدار ٢٠٪ من مقدار زيادة الدخل ، أحسب مقدار الزيادة على كلام :
- الميل الحدي للاستهلاك
 - الإنفاق
 - الدخل
- ٤) يعمل محمد بالقطاع العام براتب أساسى قدره ٣٩٢٤ ريال سنوياً كما أنه يحصل على العلاوات الشهرية الآتية :

علاوة السكن	٢٨٠ ريالاً
علاوة هاتف	١٥ ريالاً
علاوة نقل	٣٥ ريالاً
علاوات أخرى	١٠٠ ريالاً

كما أنه يدفع مبلغ ٨٠ ريالاً شهرياً إيجار السكن ، ومتوسط إنفاقه الأسبوعي ٣٠ ريالاً ، احسب ما يأتي:

- إجمالي الدخل السنوي .
- صافي الدخل السنوي ، الشهري ، الأسبوعي .
- احسب الناتج المحلي الإجمالي من خلال البيانات الآتية :

مليون ريال عُماني

المشتريات الحكومية	٧٠,٥٠٠
ال الصادرات	٢٠,٠٠٠
الواردات	٣٠,٠٠٠
الاستهلاك	١٥,٠٠٠
إجمالي الاستثمار	٢٥,٠٠٠

٦) إذا كنت موظفاً بإحدى المؤسسات براتب شهري قدره ٦٠٠ ريال فضع موازنة لمصروفاتك خلال الشهر ، ثم بين هل يوجد فائض أم عجز في الموازنة .

٧) الجدول الآتي يوضح متوسط الاستهلاك الشهري و نصيب كل فرد للأسر العمانية حسب المحافظة:

محافظة	إجمالي الاستهلاك بالريال	نصيب الفرد من إجمالي الاستهلاك
مسقط	٦٣٠	٧٩,٧
مسندم	٤٥٦	٦٠,٨
ظفار	٥٥١	٥٦,٨

(وزارة الاقتصاد الوطني) (١٩٩٩ / ٢٠٠٠ م)

استعن بالجدول لحساب متوسط حجم الأسرة لكل محافظة .

٨) أعد كتابة تقديرات نموذج الموازنة العامة للدولة ٢٠٠٢ م على اعتبار زيادة إجمالي الإنفاق العام بنسبة ١٥٪ .

التقسيم الهيكلی للموازنة العامة للدولة

أولاً: الإيرادات: وتنقسم إلى البنود الآتية:

١) الإيرادات الجارية: وتمثل في الآتي :

* إيرادات النفط والغاز .

* الإيرادات الجارية الأخرى ومن أمثلتها الرسوم ، الضرائب ، إيرادات الكهرباء ، ... الخ

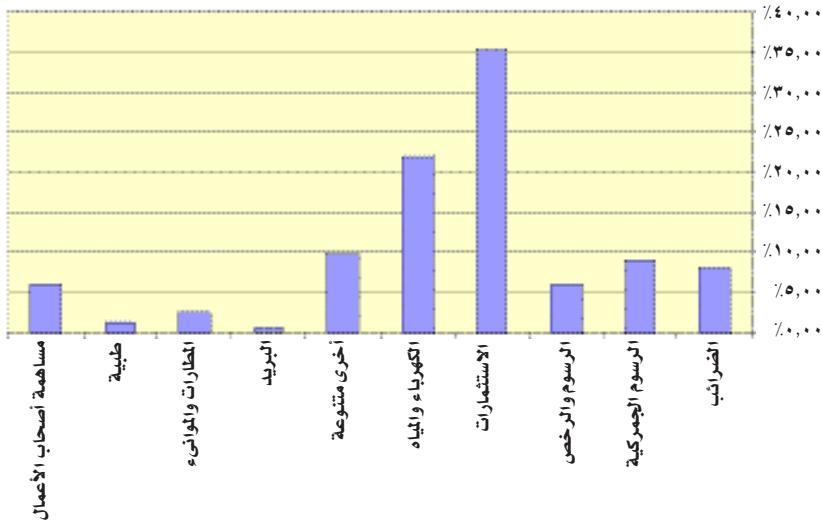
٢) الإيرادات الرأسمالية : وتمثل في إيرادات بيع مساكن اجتماعية ومباني وأراضي حكومية

٣) الاستردادات الرأسمالية : وهي عبارة عن استرداد أقساط القروض من الهيئات والمؤسسات العامة .

تدريب ١

اذكر ثلاثة أمثلة أخرى على الإيرادات الجارية الأخرى بالسلطنة .

مثال ١



يمثل الشكل المقابل الإيرادات الجارية الأخرى الفعلية لعام ٢٠٠٢م وبالنسبة
٦٧٥,٢ مليون ريال عماني .

احسب المبالغ الفعلية بالريال
العماني لكل من :

١) إيرادات الرسوم والرخص

٢) إيرادات المطارات والموانى

٣) إيرادات الكهرباء والمياه



الحل

$$1) \text{إيرادات الرسوم والرخص} = \frac{٥,٩}{١٠٠} \times ٦٧٥,٢ = ٣٩,٨٣٦٨$$

$$2) \text{إيرادات المطارات والموانى} = \frac{٢٥}{١٠٠} \times ٦٧٥,٢ = ١٦,٨٨$$

$$3) \text{إيرادات الكهرباء والمياه} = \frac{٢١,٩}{١٠٠} \times ٦٧٥,٢ = ١٤٧,٨٦٨$$

تدريب ٢

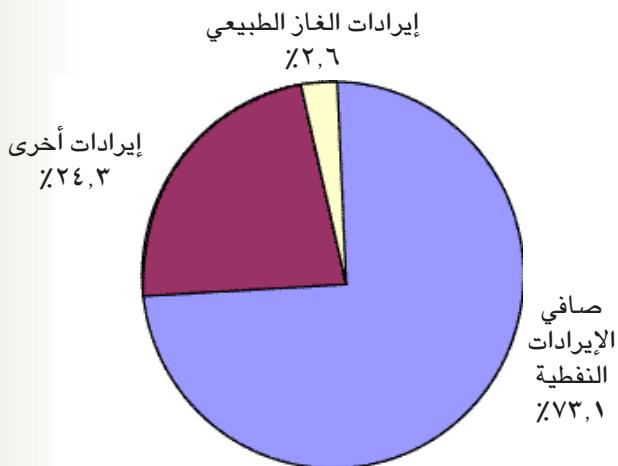
من المثال السابق أجب عن الآتي :

احسب المبالغ الفعلية بالريال العماني لكل مما يلي :

١) إيرادات البريد

٢) إيرادات طبية

٣) إيرادات الرسوم الجمركية



الشكل الآتي يمثل الإيرادات الفعلية لعام ٢٠٠٢ م والتي بلغت ٣٠٩,٥ مليون ريال عماني.

احسب ما يأتي :

- أ) زاوية القطاع الدائري الذي يمثله صافي إيرادات النفط .
- ب) إذا تم تقسيم القطاع الذي يمثل إيرادات أخرى إلى ثلاثة قطاعات متساوية فاحسب المبالغ المستحقة لكل جزء من أجزاء القطاعات المتساوية .



الضريبة : Tax

اشترى أحمد أثاثاً لمنزله من إحدى الدول بقيمة ١٠٠٠٠ ريال عماني وعند وصوله عبر الحدود الجغرافية للسلطنة دفع مبلغ وقدره ٥٠٠ ريال عماني نظير شرائه الأثاث .

ناقش زملائك لوضع تسمية للمبلغ الذي أخذ من أحمد أثاثاً عبره الحدود الجغرافية للسلطنة ثم اكتب تعريفاً مناسياً له من وجهة نظرك .

أراد أحمد معرفة ثمن نفس النوع من الأثاث الذي قام بشرائه فذهب لأحد المتاجر الموجودة بالسلطنة فوجد بأن ثمنه يساوي ١٠٥٠٠ ريال عماني ، فأي الشرائين أفضل لأحمد، لماذا؟

تعريف

تعرف الضريبة بأنها قيمة مالية إلزامية تستوفيها الدولة ويلتزم بدفعها المكلف حتى تستطيع الدولة القيام بالخدمات العامة لتحقيق أهداف المجتمع ، وتعتبر الضريبة من ضمن إيرادات الدولة .

أولاً : معدلات الضريبة المطبقة على الشركات العمانية والمؤسسات ذات الملكية الفردية والمملوكة للمواطنين العمانيين أو مواطني دول مجلس التعاون ، حسب الجدول الآتي :

معدل الضريبة	لا يتجاوز مبلغ (ر.ع)	ما يزيد على مبلغ (ر.ع)
--٪ (معفاة)	٣٠٠٠٠ ريال عماني	صفر
٪ ١٢	فملاعا	٣٠٠٠٠ ريال عماني

ويشمل الجدول الشركات المسجلة في السلطنة بغض النظر عن المساهمة الأجنبية فيها وكذلك المنشآت المستقرة للمنشآت المؤسسة في الدول الأعضاء لمجلس التعاون الخليجي .

مثال ٢

فيما يأتي بيان بمجموع أرباح أحد فروع الشركات المسجلة بالدول الأعضاء لمجلس التعاون الخليجي ، للسنة المنتهية في ٣١ ديسمبر ٢٠٠٣ م كما يأتي :

البيان	العام المنتهي في ٣١/١٢/٢٠٠٣ م	العام المنتهي في ٣١/١٢/٢٠٠٢ م
صافي الأرباح قبل الضرائب	٥٩٨٤٨	٩٥١٤٦ ريال عماني

أجب عن ما يأتي :

- أحسب مقدار الضريبة المستحقة للدفع عن السنة المنتهية في ٣١/١٢/٢٠٠٣ م .
- أحسب صافي ربح الشركة بعد حساب الضريبة المنتهية في ٣١/١٢/٢٠٠٢ م .



$$\begin{aligned}
 & \text{الثلاثون ألف الأولى معفاة من الضريبة} \\
 & \text{مقدار الضريبة المستحقة للدفع} = ٣٠٠٠٠ - ٥٩٨٤٨ \\
 & \quad = \% ١٢ \times ٢٩٨٤٨ \\
 & \quad = ٣٥٨١,٧٦ \\
 & \text{صافي ربح الشركة بعد حساب الضريبة} = ٣٥٨١,٧٦ - ٥٩٨٤٨ \\
 & \quad = ٥٦٢٦٦,٢٤
 \end{aligned}$$

تدريب ٥

فيما يأتي بيان بمجموع أرباح إحدى الشركات العمانية بالسلطنة ، للسنة المنتهية في ٣١ ديسمبر ٢٠٠٣ م كما يأتي :

البيان	العام المنتهي في ٣١/١٢/٢٠٠٣ م ريال عماني	العام المنتهي في ٣١/١٢/٢٠٠٢ م ريال عماني
صافي الأرباح قبل الضرائب	٣٩٨٤٨٤	٤٥١٤٦٠

- ٣) احسب الضريبة المستحقة للدفع عن السنة المنتهية في ٣١/١٢/٢٠٠٣ م .
 ٤) احسب صافي ربح الشركة بعد حساب الضريبة المنتهية في ٣١/١٢/٢٠٠٢ م .
 ٥) قارن بين مجموع أرباح الشركة للعامين ٢٠٠٣ م / ٢٠٠٢ م . ناقش ذلك .

ثانياً : معدلات الضريبة المطبقة على فروع الشركات الأجنبية والمؤسسات الفردية المملوكة لغير مواطني دول مجلس التعاون الخليجي حسب الجدول الآتي :

معدل الضريبة	الدخل الخاضع للضريبة	
	ما يزيد على مبلغ (ر.ع)	لا يجاوز مبلغ (ر.ع)
لا شيء	٥٠٠٠ ريال عماني	صفر
.٥%	١٨٠٠٠ ريال عماني	٥٠٠٠ ريال عماني
.١٠%	٣٥٠٠٠ ريال عماني	١٨٠٠٠ ريال عماني
.١٥%	٥٥٠٠٠ ريال عماني	٣٥٠٠٠ ريال عماني
.٢٠%	٧٥٠٠٠ ريال عماني	٥٥٠٠٠ ريال عماني
.٢٥%	١٠٠٠٠٠ ريال عماني	٧٥٠٠٠ ريال عماني
.٣٠%	فصاعدا	١٠٠٠٠٠ ريال عماني

مثال ٣

أصدرت إحدى الشركات الموجودة بالسلطنة ، بيان صافي الأرباح قبل الضرائب للسنة المنتهية في ٣١ ديسمبر ٢٠٠٣ م كما يأتي :

البيان	العام المنتهي في ٣١/١٢/٢٠٠٣ م ريال عماني	العام المنتهي في ٣١/١٢/٢٠٠٢ م ريال عماني
صافي الأرباح قبل الضرائب	٦٩٤٧٨١	٤٨٧٨٢٧

- * احسب مقدار الضريبة المستحقة للدفع عن السنة المنتهية في ٢٠٠٣/١٢/٣١ .
 (عُلِمَ بِأَنَّ الشَّرْكَةَ فَرع لشَرْكَةً أَجْنبِيَّةً) .
- * احسب صافي الربح بعد الضريبة عن السنة المنتهية في ٢٠٠٣/١٢/٣١ .



من خلال جدول معدلات الضريبة ، نلاحظ بأن مجموع الأرباح للشركة يقع في الشريحة التي تقابل معدل الضريبة ٣٠٪ ، عليه يمكن حساب الضريبة المستحقة كما يأتي :

$$\text{الضريبة المستحقة للدفع للعام ٢٠٠٣} = ٦٩٤٧٨١ \times ٣٠ \% = ٢٠٨٤٣٤,٣ \text{ ريال}$$

$$\text{صافي الربح بعد الضريبة للعام ٢٠٠٣} = ٦٩٤٧٨١ - ٢٠٨٤٣٤,٣ = ٤٨٦٣٤,٧ \text{ ريال} .$$

٦ تدريب

- من المثال السابق أحسب ما يأتي :
- أ) الضريبة المستحقة للدفع عن السنة المنتهية في ٢٠٠٢/١٢/٣١ .
- ب) صافي الربح بعد الضريبة عن السنة المنتهية في ٢٠٠٢/١٢/٣١ .
- ج) النسبة المئوية لصافي ربح الشركة للعام ٢٠٠٢ م إلى العام ٢٠٠٣ م .

مثال ٤

حقق أحد فروع الشركات الأجنبية للتمويل الموجودة في السلطنة أرباحا تقدر ٦٨٥٤٦ ريال عماني نهاية ٢٠٠٤ م أحسب ما يأتي :

- أ) الضريبة المستحقة للدفع للعام ٢٠٠٤ م .
- ب) صافي الربح بعد الضريبة للعام ٢٠٠٤ م .



من خلال جدول معدلات الضريبة (ثانياً) ، نلاحظ أن أرباح الشركة تقع في الشريحة التي تقابل معدل الضريبة ٢٠٪ .

$$\text{أ) الضريبة المستحقة للدفع} = ٦٨٥٤٦ \times ٢ \% = ١٣٧٠٩,٢ \text{ ريال}$$

$$\text{ب) صافي الربح بعد الضريبة} = ٦٨٥٤٦ - ١٣٧٠٩,٢ = ٥٤٨٣٦,٨ \text{ ريال}$$

الآثار المترتبة على عدم سداد الضريبة خلال موعد الاستحقاق:

في حالة التأخير عن السداد يتم فرض ضريبة إضافية بمعدل ١٪ شهرياً على المبلغ المستحق والواجب سداده.

مثال ٥

في المثال (٤) قامت الشركة بسداد الضريبة المستحقة عليها بتاريخ ٣١/٤/٢٠٠٤ م علماً بأن موعد استحقاق سداد الضريبة بتاريخ ٣١/١٢/٢٠٠٣ م، أحسب إجمالي الضريبة المستحقة على الشركة.

الحل



$$\text{الضريبة المستحقة للدفع} = ٦٨٥٤٦ \times ٠,٢ = ١٣٧٠٩,٢ \text{ ريال}$$

$$\text{الضريبة الإضافية} = ١٣٧٠٩,٢ \times ٠,٠٣ = ٤١١,٢٧٦ \text{ ريال}$$

$$\begin{aligned} \text{إجمالي الضريبة المستحقة للدفع على الشركة} &= \text{الضريبة المستحقة للدفع} + \text{الضريبة الإضافية} \\ &= ٤١١,٢٧٦ + ١٣٧٠٩,٢ \\ &= ١٤١٢٠,٤٧٦ \text{ ريال} \end{aligned}$$

تدريب ٧

حقق أحد فروع الشركات الأجنبية للتمويل الموجودة في السلطنة أرباحاً تقدر ٨٥٩٦٠ ريالاً عمانيّاً نهاية ٤ م ٢٠٠٤ م أحسب ما يأتي:

- الضريبة المستحقة للدفع للعام ٤ م ٢٠٠٤.
- صافي الربح بعد الضريبة للعام ٤ م ٢٠٠٤.
- الضريبة الإضافية علماً بأن الشركة قامت بسداد الضريبة المستحقة بتاريخ ٣١/٤/٢٠٠٥ م.

ثانياً: النفقات (المصروفات) Expenses : وتنقسم إلى البنود الآتية :

* النفقات الجارية : ويقصد بها النفقات الضرورية اللازمة لتسهيل جهاز الدولة وتمكينه من أداء الخدمات المطلوبة العادلة خلال السنة المالية والتي يتكرر إنفاقها كل عام ، مثل النفقات التي تصرف على الرواتب والأجور .

مثال ٦

أراد مدير مؤسسة تصنف عدد العمال العاملين بالمؤسسة لمعرفة النفقات التي تصرف على الرواتب والمكافآت والبدلات الشهرية ، فتوصل إلى التصنيف الآتي :

العامل المبتدئين	العامل المتخصصين	العامل الأكفاء	التصنيف
١٠٠ عامل	٣٣٠ عاملأً	٣٦٠ عاملأً	العدد
١٥٠ ريالاً	٢٦٠ ريالاً	٣٠٠ ريال	الراتب الشهري لكل عامل
-	٥٠ ريالاً	١٠٠ ريال	المكافأة الشهرية لكل عامل
٢٠ ريالاً	٢٣ ريالاً	٤٠ ريالاً	البدلات الشهرية لكل عامل

استخدم المصروفات لإيجاد مجموع النفقات الشهرية التي تصرفها المؤسسة على الرواتب ، المكافآت ، البدلات .



$$\begin{bmatrix} 100 \times 150 + 330 \times 260 + 360 \times 300 \\ 100 \times 0 + 330 \times 50 + 360 \times 100 \\ 100 \times 20 + 330 \times 23 + 360 \times 40 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 360 \\ 330 \\ 100 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 150 & 260 & 300 \\ 0 & 50 & 100 \\ 20 & 23 & 40 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 15000 + 85800 + 108000 \\ 0 + 16500 + 36000 \\ 2000 + 7590 + 14400 \end{bmatrix} =$$

$$\begin{array}{l} \text{إجمالي الرواتب} \\ \text{إجمالي المكافآت} \\ \text{إجمالي البدلات} \end{array} \quad \begin{bmatrix} 208800 \\ 52500 \\ 23990 \end{bmatrix} =$$

* النفقات الاستثمارية (المأسماة) : وتمثل في نفقات الأبنية وشراء الأجهزة والآلات والسيارات والأثاث والأراضي ، والتي تتصف بأنها معمرة ولا يتم استهلاكها خلال سنة واحدة وإنما يمتد إلى سنوات قادمة.

مثال ٧

الجدول الآتي يبين مقدار النفقات الاستثمارية اللازمة لإنشاء مشروع مكتب الكهرباء للطوارئ، مشروع مكتب عقاري كما هو موضح بالريال :

مكتب عقاري	مكتب الكهرباء للطوارئ	الوحدة
١٥٠	١٥٠	ثلاثجة
٦٠٠	٢٠٠	آلية تصوير
٥٠٠	٣٠٠	أثاث مكتب
٤٠٠	٢٥٠	جهاز حاسوب
٣٠٠	١٠٠	طابعة
٣٠٠٠	٥٠٠٠	سيارة

إذا كان عدد الأفرع من هذه المشاريع لكل مؤسسة موضح كما يأتي :

مكتب عقاري	مكتب الكهرباء للطوارئ	المؤسسة
٢	٥	مؤسسة (١)
٣	٣	مؤسسة (٢)
٢	٤	مؤسسة (٣)

عبر باستخدام المصروفات لمعرفة مجموع النفقات الاستثمارية التي تنفقها كل مؤسسة .



$$\begin{bmatrix} 5000 & 100 & 250 & 300 & 200 & 150 \\ \hline 3000 & 300 & 400 & 500 & 600 & 150 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 3 & 3 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 6000+25000 & 600+500 & 800+1250 & 1000+1500 & 1200+1000 & 300+750 \\ \hline 9000+10000 & 900+300 & 1200+750 & 1500+900 & 1800+600 & 450+450 \\ \hline 6000+20000 & 600+400 & 800+1000 & 1000+1200 & 1200+800 & 300+600 \end{bmatrix} =$$

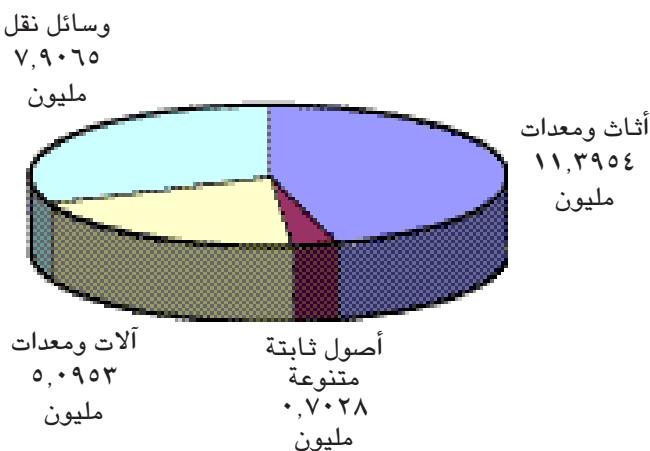
$$\begin{bmatrix} 31000 & 1100 & 2050 & 2500 & 2200 & 1000 \\ \hline 24000 & 1200 & 1950 & 2400 & 2400 & 900 \\ \hline 26000 & 1000 & 1800 & 2200 & 2000 & 900 \end{bmatrix} =$$

٨ تدريب

- ارجع إلى نموذج الموازنة العامة للدولة للسنة المالية ٢٠٠٢م ، ثم أجب عن ما يأتي :
- أ) أوجد نسبة كل بند من بنود المصروفات الاستثمارية إلى جملة المصروفات الاستثمارية .
- ب) مثل النسب التي حصلت عليها بالقطاعات الدائرية .

مثال ٨

الشكل الآتي يمثل المصروفات الرأسمالية الفعلية حسب نوعيتها لعام ٢٠٠٢م .



احسب النسبة المئوية لكل قطاع من القطاعات التي يتكون منها الشكل



مجموع الأجزاء = $١١,٣٩٥٤ + ٧,٩٠٦٥ + ٥,٠٩٥٣ + ٧,٧٠٢٨ + ٠,٧٠٢٨ = ٢٥,١$ مليون ريال .

$$\text{قطاع أثاث ومعدات} = \frac{١١,٣٩٥٤}{٢٥,١} \% \times ١٠٠ \\ = \% ٤٥,٤$$

$$\text{قطاع أصول ثابتة متنوعة} = \frac{٧,٧٠٢٨}{٢٥,١} \% \times ١٠٠ \\ = \% ٢,٨$$

تدريب ٩

يوضح الشكل الآتي النسب المئوية للمصروفات الجارية الفعلية حسب نوعيتها لعام ٢٠٠٢م والبالغة ٢٢٧٣,٩ مليون ريال عماني .



أ) احسب مبالغ المصروفات الجارية الفعلية بالريال العماني لكل مما يأتي :

- الدفاع والأمن القومي .
- الوزارات المدنية .
- فوائد على القروض .
- حصة الحكومة في المصروفات الجارية لشركة تنمية نفط عمان .

ب) قارن بين إجمالي المبالغ الفعلية للمصروفات الجارية بإجمالي المبالغ المعتمدة لنفس البند في الموازنة العامة للدولة لنفس العام . فسر ذلك .

١) فيما يأتى الموازنة العامة للدولة حسب القطاعات :

(حسب القطاعات)

القطاع	الجملة الإجمالية	الاعتمادات المستمرة	الاعتمادات الجديدة	الجملة الإجمالية
النفط الخام	١٦٣٢	١٦٣٢	٢٦٣٤	٤١٩٢٢
الغاز الطبيعي	٥٨٢٦	٣٦٠٩٦	٤١٩٢٢	٢٠٧
المعادن والمحاجر	٢٠٧	٠	٢٠٧	٥٥١٢
الزراعة	٥١٥	٤٩٩٧	٥٥١٢	١٦٠٢٩
الأسماك	٨٤٩١	٧٥٣٨	١٦٠٢٩	٢٥١٤٦
الصناعة التحويلية	١٥٦٥	٢٢٥٨١	٢٥١٤٦	٩١٤٥٠
الجملة الإجمالية	١٧٦٠٦	٧٣٨٤٤	٧٣٨٤٤	٩١٤٥٠
قطاع الانتاج الخدمي	٨٦٣	١٥٢٧٤	١٦١٣٧	١٣٢٨
الاسكان	٦٠٩	٧١٩	١٣٢٨	١٠٢٧٧٠
التجارة	١٨٧٥٥	٨٥٠١٥	٨٥٠١٥	٨٦٢٨٤
الكهرباء	٨١٨٠	٧٨٢٠٤	٧٨٢٠٤	٢٩١٤
المياه	٦٢٢	٢٢٨٢	٢٢٨٢	٢٢٣٧٧
البريد والبرق والهاتف	٢٦٠٥	٢٠٧٧٢	٢٠٧٧٢	٢٣٣٩١٠
السياحة	٣١٦٤٤	٢٠٢٢٦٦	٢٠٢٢٦٦	٢٣٣٩١٠
الجملة الإجمالية	٣١٦٤٤	٢٠٢٢٦٦	٢٠٢٢٦٦	٣٠٦٤٤٢
قطاع الهياكل الاجتماعية	٦٨٠١	١٧٩٢٢٤	١٧٩٢٢٤	١٨٦٠٢٥
التعليم	٥٤٣٩	٣٢٠٨٨	٣٢٠٨٨	٣٧٥٢٧
التدريب المهني	١٢٠٤٩	٢٦١١٧	٢٦١١٧	٣٨١٦٦
الصحة	٣٨٨٦	٣١٨١٥	٣١٨١٥	٣٥٧٠١
الاعلام والثقافة والشؤون الدينية	٢٠	٢٠٧٣	٢٠٧٣	٢٠٩٣
مراكز الاجتماعية	٤٧٧	٦٤٥٣	٦٤٥٣	٦٩٣٠
مراكز الشباب	٤٧٧	٢٧٧٧٧٧٠	٢٧٧٧٧٧٠	٣٠٦٤٤٢
الجملة الإجمالية	٤٧٧	٢٧٧٧٧٧٠	٢٧٧٧٧٧٠	٣٠٦٤٤٢

انظر الجدول ثم أجب عما يأتي :

أ) احسب نسبة اعتمادات المشاريع المستمرة لقطاع الإنتاج السلعي إلى جملة الاعتمادات لقطاع.

ب) احسب نسبة جملة الاعتمادات لقطاع الإنتاج الخدمي إلى جملة الاعتمادات لقطاع الإنتاج السلعي.

ج) احسب نسبة اعتمادات المشاريع المستمرة إلى اعتمادات المشاريع الجديدة لقطاع الهياكل الاجتماعية.

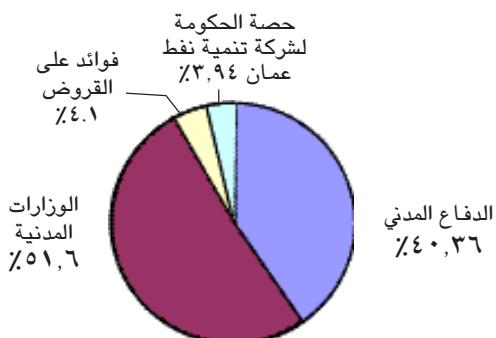
٢) ارجع إلى نموذج الموازنة العامة للدولة ، ثم أكمل الجدول الآتي بما يناسب :

البيان	م
صافي إيرادات النفط	١
إيرادات الغاز الطبيعي	٢
إيرادات جارية أخرى	٣
إيرادات رأسمالية	٤
إستردادات الرأسمالية	٥

٣) ارجع إلى نموذج الموازنة العامة للدولة ثم أوجد النسبة لما يأتي :

- أ) إجمالي الإيرادات إلى إجمالي الإنفاق العام .
- ب) كل بند من بنود الإنفاق العام إلى إجمالي الإنفاق العام .

٤) الشكل الآتي يمثل المصروفات الجارية المعتمدة بالموازنة العامة لعام ٢٠٠٣ م



إذا كانت كل درجة تقابل ٦٤٥٦ مليون ريال عماني فاحسب الزاوية ، والمبالغ المعتمدة لكل قطاع من قطاعات الشكل .

٥) فيما يأتي بيان بمجموع أرباح إحدى الشركات العمانية بالسلطنة ، للسنة المنتهية في ٣١ ديسمبر ٢٠٠٣ م كما يأتي :

العام المنتهي في ٣١/١٢/٢٠٠٣ م	العام المنتهي في ٣١/١٢/٢٠٠٢ م	ريال عماني
٤٥٣٦٠	٤٩٦٤٦٤	مجموع الأرباح قبل الضرائب

- أ) احسب الضريبة المستحقة للدفع عن السنة المنتهية في ٣١/١٢/٢٠٠٣ م .
- ب) احسب صافي ربح الشركة بعد حساب الضريبة المنتهية في ٣١/١٢/٢٠٠٢ م .
- ج) احسب النسبة بين صافي الربح للعام ٢٠٠٢ م إلى ٢٠٠٣ م .
- د) قارن بين مجموع أرباح الشركة للعامين ٢٠٠٣ م / ٢٠٠٢ م . نقاش ذلك .

١) اكتب تقريرا مختصرا توضح فيه الأهمية التي تمثلها كل من :

- * الموازنة سواء كانت بالنسبة للأسرة أو للمؤسسة.
 - * الإيرادات بالنسبة للدولة .
 - * الموازنة العامة للدولة .
 - * الإنفاق العام بالنسبة للدولة .
 - * الضريبية وأنواعها

٢) اذكر ثلاثة أمثلة على النفقات الجارية .

٣) اذكر أمثلة على النفقات الرأسمالية التي قامت بها الدولة في منطقتك .

٤) التمثيل البياني المقابل يوضح تقديرات للمصروفات الجارية للسنة المالية ٢٠٠٣ م:

من خلال الشكل أجب عما يأتي :

أ) ما نوع التمثيل البياني

ب) أي الوزارات أكثر إنفاقاً؟ بم تفسر ذلك؟

ج) أي الوزارات أقل إنفاقاً؟ بم تفسر ذلك؟

١) ما الوزارات التي تزيد

١٠٠٠٠ ریال عمانی؟

المراد بالـ**المصروفات**

وزارات الـ

الصحة -

الاسكان والكهء باء والمياء

و) أوجد النسبة المئوية للمصروفات الجارية لـلـكـا من :

* وزارة الداخلية إلى وزارة الاسكان والكهرباء والمياه.

* وزارة البلديات إلى، وزارة الصحة.

٥) يعمل سفيان بإحدى الشركات الكبيرة في السلطنة حيث بلغ راتبه الشهري كما يأتي :

راتب أساسى	٤٠٠ ريال
علاوة فنية	١٥٠ ريالاً
علاوات أخرى	٥٠ ريالاً

كما أنه يمتلك عقار يدر عليه دخلاً سنوياً مقداره ١٨٠٠ ريال . أحسب إجمالي دخل سفيان:
السنوي ، الشهري ، الأسبوعي .

٦) حققت إحدى الشركات الموجودة في السلطنة أرباحا تقدر بـ ٤٠٠ مليون ريال عماني نهاية ٢٠٠٤ م بزيادة ١٢٪ عن العام ٢٠٠٣ م (علماً بأن الشركة فرع لشركة أجنبية).

احسب ما يأتي :

أ) مقدار الضريبة المستحقة للدفع.

ب) صافي الربح بعد الضريبة.

ج) صافي الربح للعام الماضي.

٧) يعمل حمد بإحدى المؤسسات الحكومية براتب ٦٠٠ ريال عماني حيث يحصل على علاوة سنوية مقدارها ٤٤ ريالاً نهاية الشهر الأول للسنة التالية. احسب ما يأتي :

أ) مجموع راتب حمد في نهاية الشهر الأول من السنة الثامنة

ب) إجمالي الراتب لخمس سنوات مضت

ج) الفترة الزمنية بالسنوات التي بانقضائها يصبح مجموع العلاوات ثلث الراتب .

٨) الجدول الآتي يوضح متوسط الاستهلاك الشهري واستهلاك المأكولات للأسر العمانية حسب المنطقة :

المنطقة	متوسط حجم الأسرة	إجمالي الاستهلاك بالريال	استهلاك المأكولات بالريال
الباطنة	٩,١	٤٠٨	١٤٨
الظاهرة	٩,٠	٥٢٧	١٨٦
الداخلية	٨,٨	٤٢٣	١٦١
الشرقية	٧,٨	٤٠٩	١٤٧
الوسطى	٧,٥	٣٦٢	١٨١

(وزارة الاقتصاد الوطني ١٩٩٩/٢٠٠٠)

أ) احسب نصيب كل فرد في الأسرة (لكل منطقة) من :

- إجمالي الاستهلاك

- استهلاك المأكولات

ب) احسب نسبة استهلاك المأكولات إلى إجمالي الاستهلاك لكل منطقة . ناقش النتائج التي توصلت إليها .

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

رقم الإيداع : ٢٠٠٥ /

عزيزي الطالب :

حافظتك على كتاب المدرسي تجنبك دفع قيمته عند التلف .

www.moe.gov.om